Chapitre 5

CIRCUITS ELECTRIQUES SIMPLES

Sommaire

Introduction

Les lois de Kirchhoff sont des outils simples et efficaces pour la résolution des circuits électriques simples et complexes.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les circuits électriques parallèles, séries et mixtes, comme modèle d'application des lois des mailles et des nœuds. Nous aborderons ces types de montages au moyen d'exemples simples et de résolutions détaillées.

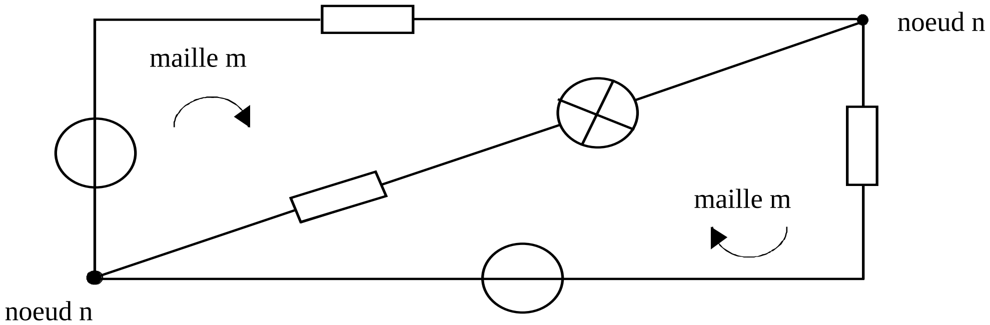
5.1 Circuits électriques

Dans les installations électriques, les circuits électriques sont constitués de divers éléments.

Le **nœud** n est le point de convergence de 3 conducteurs ou plus.

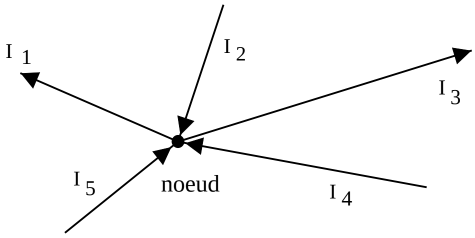
La **branche** b regroupe les éléments situés entre 2 nœuds n et traversés par un même courant I.

La **maille** m est formée d'un ensemble de branches parcourues en partant d'un nœud n pour y revenir, sans passer 2 fois par la même branche.



5.2 Loi de Kirchhoff pour les nœuds

Cette loi exprime la conservation des courants au niveau d'un nœud n.



Cette loi s'exprime comme suit:

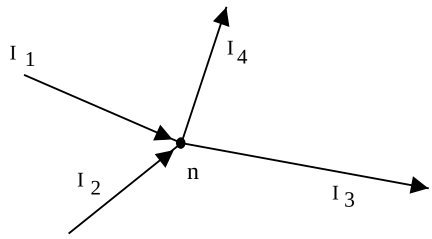
La somme des courants au niveau du nœud est égale à zéro.

Traduite mathématiquement par:

$$\Sigma I_n = 0$$

Σ (sigma) signifie ou exprime la notion de **somme algébrique**, compte tenu du **sens** des courants I.

Le sens convergent (direction extérieur -> nœud) est défini ou décrété comme **positif**.



Ce schéma nous donne l'équation suivante :

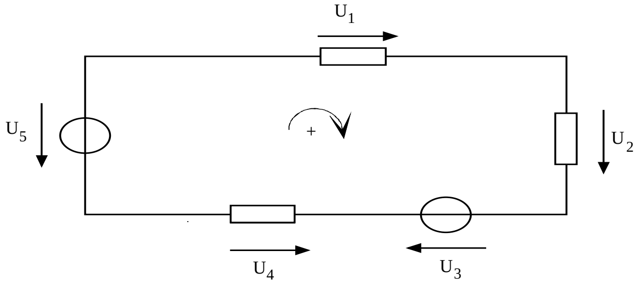
$$I_1 + I_2 + (-I_3) + (-I_4) = 0$$

Pour effectuer l'addition des courants, il faut être particulièrement attentif au sens des flèches.

Flèche qui rentre : signe positif   Flèche qui sort : signe négatif

5.3 Loi de Kirchhoff pour les mailles

Cette loi exprime la conservation du potentiel électrique (défini à l'aide de 2 points de tension électrique U) au niveau de la maille. (en l'absence de phénomène induit, comparé à des parasites)



Cette loi s'exprime comme suit:

La somme algébrique des différences de potentiel est égale à ZERO, au niveau de la maille.

Traduite mathématiquement par :

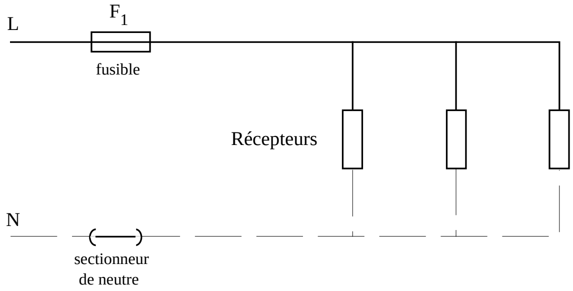
$$\Sigma U_m = 0$$

Le sens horaire est défini comme **positif**.

Exemple d'équation de la maille 1 du circuit : $U_1 + U_2 + U_3 + (-U_4) + (-U_5) = 0$

5.4 Application des lois de Kirchhoff

Dans les installations électriques, il est important de maîtriser les lois de Kirchhoff, dans le but de dimensionner les **fusibles ou disjoncteurs** protégeant les récepteurs électriques.



Dans la pratique, il existe 3 types de couplages de récepteurs. Nous appelons un récepteur, un appareil électrique transformant l'énergie électrique W en une autre énergie W de type calorifique, magnétique, lumineuse et chimique.

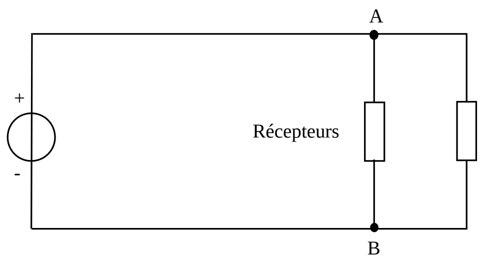
Les couplages portent le nom de :	→ **parallèle**
	→ **série**
	→ **mixte**

5.5 Couplage parallèle

Le couplage parallèle est une association de récepteurs soumis à la même tension électrique U.

En pratique, toutes les prises électriques domestiques possèdent une tension électrique U de 230 [V].

Le schéma électrique d'une installation électrique comprenant, par exemple, une lampe de chevet, un spot lumineux bleu, se dessine ainsi.



Les 2 bornes supérieures sont reliées entre elles (nœud A) et les 2 bornes inférieures sont reliées entre elles (nœud B).

Les tensions électriques U à leurs bornes sont égales puisqu'elles sont prises entre les mêmes points (nœud A et nœud B)

5.6 Application de la loi de Kirchhoff des mailles

$$\Sigma\, U_{totales} = \Sigma\, U_{partielles}$$

tension électrique U_{totale} de la prise = 230 [V]

tension électrique $U_{partielle}$ appliquée aux récepteurs = 230[V]

Application numérique : $U_{totale} = U_{CD} = 230$ [V]
$U_{partielle} = U_{AB} = 230$ [V]

ceci implique d'après Kirchhoff : $U_{CD} = U_{AB}$ 230 [V] = 230 [V] cqfd

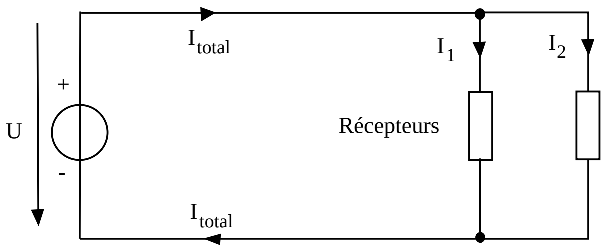
5.7 Application de la loi de Kirchhoff des nœuds

$$\Sigma\, I_{totales} = \Sigma\, I_{partielles}$$

Le schéma possède 2 nœuds appelés A et B.

Au nœud A, le courant électrique I se partage dans les conducteurs électriques formant les branches.

Au nœud B, les courants de branches I_1 et I_2 se regroupent.



L'application de la loi de Kirchhoff des nœuds se traduit par:

$$I_{total} = I_1 + I_2$$

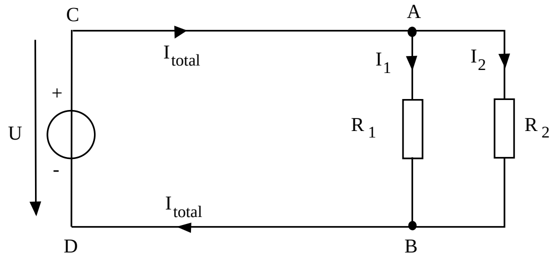
Le courant électrique total I_{total} représente la somme algébrique des courants partiels au nœud A.

Exemple d'application numérique:

Une lampe possède une résistance R de 800 [Ω]. La tension électrique U doit être de 230 [V] (tension nominale).
Un spot lumineux bleu possède une résistance R de 32 [Ω]. La tension électrique U est de 230 [V].

Calculer le courant électrique I circulant dans les conducteurs reliant la prise électrique (source de tension U) aux récepteurs.

Données: $R_1 = 800\ [\Omega]$ $R_2 = 32\ [\Omega]$
$U = 230\ [V]$



Inconnue: $I = ?$

Relations: $\Sigma\, U_{totales} = \Sigma\, U_{partielles}$

$\Sigma\, I_{totales} = \Sigma\, I_{partielles}$ $R = \dfrac{U}{I}$

En premier, il faut placer des points de repères pour faciliter la résolution du problème.(nœuds, courant électrique I, tension électrique U)

Nous devons rechercher d'abord les courants I_1 et I_2 $\Sigma\, I_{totales} = \Sigma\, I_{partielles}$

tension électrique U_{totale} de la prise = 230 [V]

tension électrique $U_{partielle}$ appliquée aux récepteurs = 230[V]

$U_{totale} = U_{CD} = 230\ [V]$ $U_{partielle} = U_{AB} = 230\ [V]$

$U_{CD} = U_{AB}$ $230\ [V] = 230\ [V]$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{230}{800} = 0{,}2875\ [A]$$

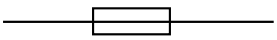
$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{230}{32} = 7{,}1875\ [A]$$

Somme des courants au nœud A

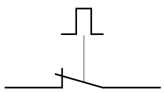
$I_{total} = I_1 + I_2 = 0{,}2875 + 7{,}1875 = 7{,}475\ [A]$

Cette méthode de calcul permet de dimensionner les fusibles ou disjoncteurs protégeant les récepteurs électriques, ainsi que la dimension des conducteurs.

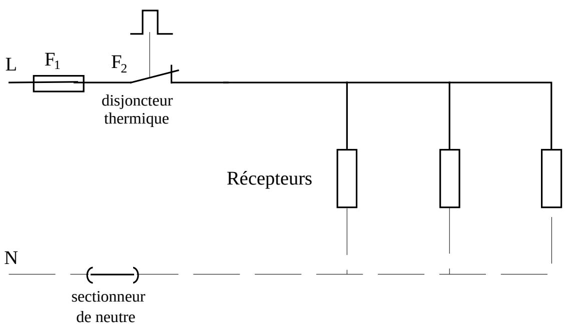
Symbole des fusibles dans les schémas électriques:



Symbole des disjoncteurs dans les schémas électriques:



Dans notre cas, le courant électrique I sera de 10 [A] et les conducteurs de cuivre de 1.5 [mm²].



5.8 Résistance équivalente $R_{éq}$ d'un montage en parallèle

Dans la pratique, lorsque nous possédons plusieurs récepteurs en parallèle, nous pouvons utiliser l'ohmmètre pour connaître la résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs récepteurs.

L'ohmmètre va travailler selon le principe des lois de Kirchhoff, nous allons développer une méthode de calcul permettant d'obtenir cette résistance équivalente $R_{éq}$.

Schéma électrique mesuré à l'ohmmètre.

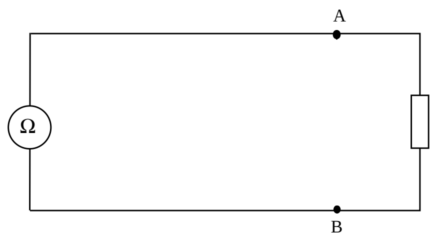


Schéma électrique équivalent obtenu par lecture du cadran de l'ohmmètre.

Exemple d'application numérique:

La résistance électrique d'un récepteur possède une valeur de 800 [Ω]. La tension électrique U doit être de 230 [V] (tension nominale).

Un spot lumineux bleu à chaud possède une résistance R de 32 [Ω]. La tension électrique U est de 230 [V].

Le courant électrique I circulant dans les conducteurs reliant la prise électrique (source de tension U) aux récepteurs est de 7.15 [A].

Calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ de ce montage.

Données : R_{11} = 800 [Ω] R_{12} = 32 [Ω] U = 230 [V] I_{total} = 7.47 [A]

Inconnue : $R_{éq}$ = ?

Relations: $\Sigma U_{totales} = \Sigma U_{partielles}$ $\Sigma I_{totales} = \Sigma I_{partielles}$ $R = \frac{U}{I}$

$$R_{eq} = \frac{U}{I_{total}} = \frac{U_{AB}}{I_{total}} = \frac{230}{7.47} = 30.77[\Omega]$$

Si dans l'énoncé du problème, nous ne possédons pas le courant électrique I_{total} , nous allons procéder de la façon suivante:

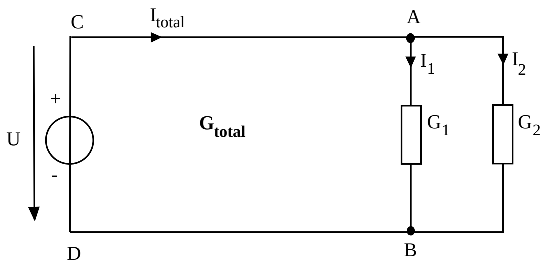
Plus la résistance R est grande et plus le courant électrique I passant à travers est petit.

Nous avons étudié la conductance G et nous allons appliquer cette grandeur en disant:

Plus la résistance R est grande, donc plus est petite la conductance G et plus le courant électrique I passant à travers est petit.

Nous constatons que la conductance G est proportionnelle au courant électrique I

Nous appliquons la loi de Kirchhoff pour les nœuds, mais en l'explicitant à l'aide des conductances G



$$G_{total} = G_1 + G_2$$

Sachant que la conductance G est l'inverse de la résistance R, nous allons transformer cette relation:

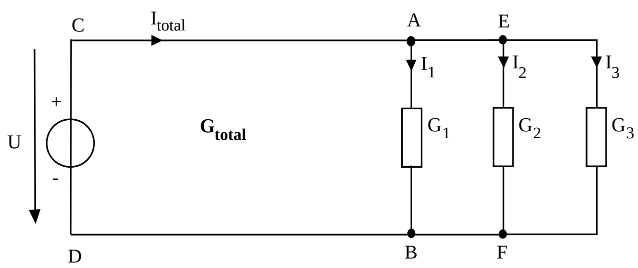
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$

Application numérique de l'exemple précédent :

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} \qquad R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{800}+\frac{1}{32}} = 3077\,[\Omega]$$

5.9 Résistance équivalente $R_{éq}$ d'un montage en parallèle de plusieurs résistances

Dans la pratique, lorsque nous possédons plusieurs récepteurs en parallèle, nous devons calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs récepteurs, afin de savoir si le disjoncteur placé en amont des résistances va laisser passer le courant I_{total} sans interrompre le circuit.



$$G_{total} = G_1 + G_2 + G_3$$

Exemple :

Calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ de ce montage.

Données : $R_1 = 800$ [Ω] $R_2 = 32$ [Ω] $R_3 = 15$ [Ω] $U = 230$ [V]

Inconnues : $R_{éq} = ?$ $I_{total} = ?$

Sachant que la conductance G est l'inverse de la résistance R, nous allons transformer cette relation:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Application numérique : $$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{800} + \frac{1}{32} + \frac{1}{15}} = 10.08[\Omega]$$

Nous constatons que cette méthode de résolution est applicable dans tous les cas de montage en parallèle quel que soit le nombre de résistances R_n .

La relation générale est : $G_{total} = G_1 + G_2 + G_3 + ... + G_3$

ou selon la notation mathématique : $G_{total} = \sum_{i=1}^{n} G_i$

Exemple :

Calculons le courant I_{total} du montage soumis à une tension U de 230 [V].

Loi d'Ohm : $R = \frac{U}{I} \qquad I = \frac{U}{R}$

$$I_{total} = \frac{U_{AB}}{R_{eq}} = \frac{230}{10,08} = 22.83[A]$$

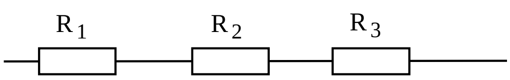
5.10 Couplage série

Le couplage série est une association de récepteurs soumis à la même intensité de courant I.

En pratique, les couplages série sont utilisés dans les installations de cuisinières électriques ou autres appareils calorifiques tels que radiateurs, chauffe-eau, chaudières.

L'avantage de ce couplage série réside par le fait qu'il est possible de modifier la grandeur du courant électrique I en fonction des différentes positions des interrupteurs.

Schéma électrique :



Le courant électrique I n'a qu'un seul chemin à travers le circuit électrique.

5.11 Application de la loi de Kirchhoff des nœuds

$$\Sigma I_{entrant} = \Sigma I_{sortant}$$

Le courant électrique I est constant dans un circuit série.

La valeur du courant électrique I dépend des valeurs de résistances R composant le circuit.

$$I_{entrant} \text{ au point } A \quad = \quad I_{sortant} \text{ au point } B$$

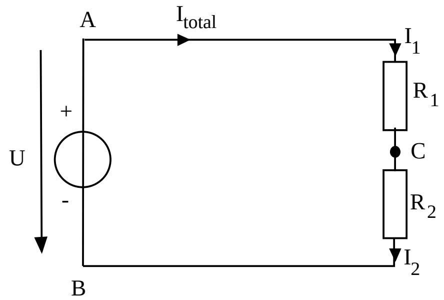
5.12 Application de la loi de Kirchhoff des mailles

$$\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$$

Le schéma possède 2 résistances R parcourues par un courant électrique I.

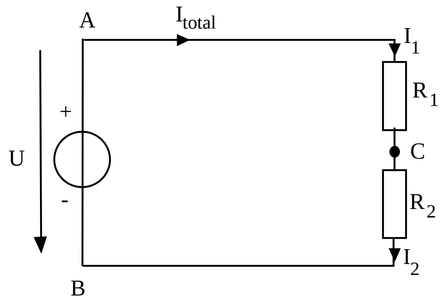
Sachant qu'une résistance R parcourue par un courant électrique I est l'application de la loi d'Ohm, nous pouvons en déduire que chaque résistance R possédera une tension électrique U en rapport aux grandeurs électriques R et I.

Loi d'Ohm: $U = R \cdot I$



L'application de la loi de Kirchhoff des mailles se traduit par :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$



Exemple d'application numérique :

Une plaque de cuisinière possède 3 bornes, notées A, C, B

En utilisant un voltmètre, nous mesurons la tension électrique entre les bornes A et C, puis entre C et B.

Un tableau de mesures peut être établi:

	U [V]
mesure 1	150
mesure 2	80

Calculer la tension électrique U nominale de cette plaque de cuisinière.

Données : $U_{AC} = 150$ [V] $U_{CB} = 80$ [V] Inconnue : $U_{nominale} = ?$

Relation : $\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$

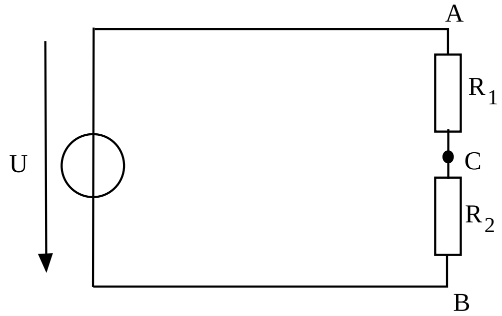


Schéma électrique

Après avoir placé les repères, nous allons pouvoir résoudre notre problème.

$U_{nominal}$ implique tension électrique totale nécessaire au bon fonctionnement de la plaque de cuisinière.

$U_{totale} = U_{AB}$ d'après le schéma

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} \Rightarrow U_{AB} = 150 + 80 = 230 \text{ [V]}$$

5.13 Résistance équivalente $R_{éq}$ d'un montage en série

Dans la pratique, lorsque nous possédons plusieurs récepteurs en série, nous pouvons utiliser l'ohmmètre pour connaître la résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs récepteurs.

L'ohmmètre va travailler selon le principe des lois de Kirchhoff, nous allons développer une méthode de calcul permettant d'obtenir cette résistance équivalente $R_{éq}$.

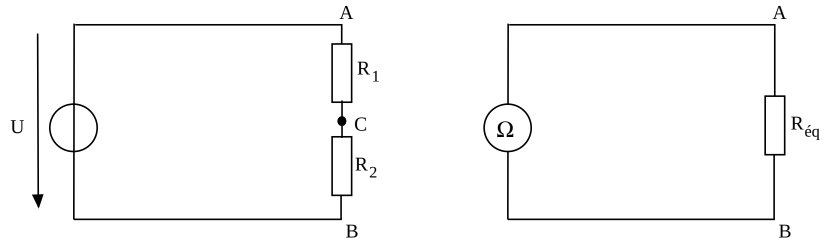


Schéma électrique mesuré à l'ohmmètre :

Exemple d'application numérique:

Une plaque de cuisinière possède 3 bornes, notées A, C, B. En utilisant un voltmètre, nous mesurons la tension électrique entre les bornes A et C, puis entre C et B. En plaçant un ampèremètre, nous mesurons chaque fois un courant de 5.4 [A].

En utilisant un ohmmètre, les mesures donnent 15 [Ω] et 28 [Ω]. Mais nous ne connaissons pas l'ordre dans lequel ces mesures ont été effectuées.

Un tableau de mesures peut être établi:

	U [V]	I [A]	R [Ω]
mesure 1	150	5,4	15 ou 28
mesure 2	80	5,4	15 ou 28

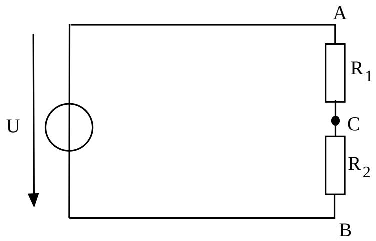
- Calculer la tension électrique U nominale de cette plaque de cuisinière.
- Calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ de ce montage.
- Compléter le tableau de mesures en corrigeant les valeurs mesurées à l'ohmmètre par rapport à l'ordre des mesures.

Données: U_{AC} = 150 [V] U_{CB} = 80 [V]
I_1 = 5.4 [A] I_2 = 5.4 [A]
R_1 = 15 ou 28 [Ω] R_2 = 15 ou 28 [Ω]

Inconnue: $U_{nominale}$ = ?

Relations: $\Sigma\, U_{totales} = \Sigma\, U_{partielles}$ $\Sigma\, I_{totales} = \Sigma\, I_{partielles}$ $R = \dfrac{U}{I}$

Schéma électrique



Après avoir placé les repères, nous allons pouvoir résoudre notre problème.

$U_{nominale}$ implique tension électrique totale nécessaire au bon fonctionnement de la plaque de cuisinière.

$I_1 = I_2$ implique que nous sommes en présence d'un montage SERIE

$U_{totale} = U_{AB}$ d'après le schéma $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$

Connaissant la tension totale U et le courant I, nous appliquons la loi d'Ohm afin d'obtenir la résistance équivalente $R_{éq}$ du montage (comme avec un ohmmètre connecté entre A et B du montage).

$$R_{eq} = \frac{U_{totale}}{I_{totale}}$$

Application numérique:

$$U_{AB} = 150 + 80 = 230 \text{ [V]}$$

$$R_{eq} = \frac{U_{totale}}{I_{totale}} = \frac{230}{5.4} = 42.59[\Omega]$$

Nous savons que la loi d'Ohm exprime la relation entre les grandeurs R, I et U.

En imbriquant les relations les unes dans les autres, nous pouvons donc substituer les grandeurs U par le produit R · I

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

$$U_{AB} = (R_1 \cdot I) + (R_2 \cdot I)$$

Comme le courant électrique I est constant, nous allons exprimer cette relation en mettant le terme I en évidence.

$$U_{AB} = (R_1 + R_2) \cdot I$$

Nous cherchons à isoler le terme ($R_1 + R_2$), il faut donc diviser par I de chaque côté du signe =.

$$\frac{U_{AB}}{I} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot I}{I} \qquad \frac{U_{AB}}{I} = (R_1 + R_2)$$

Le terme $\frac{U_{AB}}{I}$ est égal à la résistance équivalente du montage car I est le courant électrique I_{total}.

Nous pouvons donc écrire que, dans un montage série: $R_{éq} = R_1 + R_2$

Preuve:

résistance équivalente $R_{éq}$ mesurée à l'aide de l'ohmmètre 42,59 [Ω]

résistance équivalente $R_{éq}$ calculée par loi d'Ohm $R_{éq} = R_1 + R_2 = 15 + 28 = 43$ [Ω]

Nos 2 méthodes aboutissent à peu près aux même résultats.

Nous cherchons à présent la valeur de la résistance R_1 et R_2 en fonction des valeurs à disposition.

Appliquons à nouveau la loi d'Ohm :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} \qquad U_{AB} = (R_1 \cdot I) + (R_2 \cdot I)$$

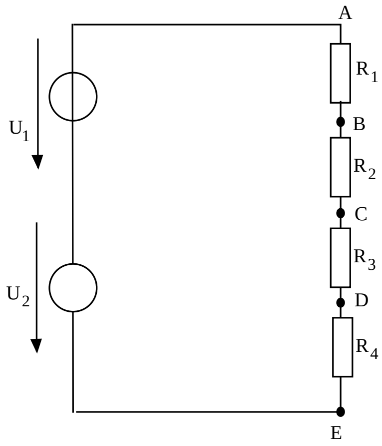
$$U_{AC} = R_1 \cdot I \qquad R_1 = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{150}{5{,}4} = 27.78[\Omega]$$

$$U_{CB} = R_2 \cdot I \qquad R_2 = \frac{U_{CB}}{I} = \frac{80}{5{,}4} = 14.81[\Omega]$$

Tableau de mesures récapitulatif

	U [V]	I [A]	R mesurée [Ω]	R calculée [Ω]
mesure 1	150	5,4	28	27,78
mesure 2	80	5,4	15	14,81
Total	230	5,4	43	42,59

5.14 Résistance équivalente $R_{éq}$ d'un montage en série de plusieurs résistances.



Dans la pratique, lorsque nous possédons plusieurs récepteurs en série, nous devons calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs récepteurs, afin de savoir si la tension placée en amont des résistances est assez grande pour faire fonctionner le circuit dans des conditions normales.

Loi d'Ohm:

Le terme $\frac{U_{AE}}{I}$ est égal à la résistance équivalente du montage car I est le courant électrique I_{total}

Nous pouvons donc écrire que, dans un montage série:

$$R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_n$$

ou selon la notation mathématique : $R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$

Exemple : calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ du montage ci-dessus.

Données : $R_1 = 800$ [Ω] $R_2 = 32$ [Ω] $R_3 = 10$ [Ω] $R_4 = 65$ [Ω] $U_{AE} = 9$ [V]

Inconnues : $R_{éq}$ = ? I_{total} = ?

relations : $R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$ $\quad R_{eq} = \frac{U_{total}}{I_{total}}$

Application numérique:

$$R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 800 + 32 + 10 + 65 = 907 \text{ [Ω]}$$

$$I_{total} = \frac{U_{total}}{R_{eq}} = \frac{9}{907} = 0.01[A]$$

Mais cette réponse ne nous satisfait guère. Si nous désirons exécuter le montage et en faire la preuve par la pratique, l'ampèremètre devra être choisi en fonction du courant I à fond d'échelle. Il faudra prendre une échelle notée en [mA] car en [A], l'aiguille n'aura que peu de déviation.

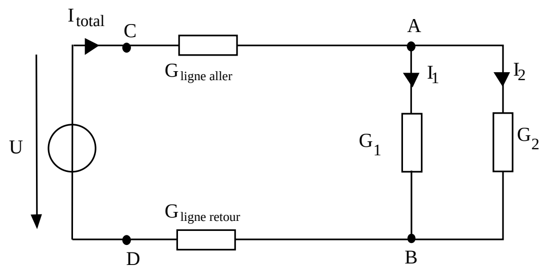
Dans la pratique, l'appareil de mesure est construit avec une tolérance, c'est-à-dire une marge d'erreur.

5.15 Couplage mixte

Le couplage mixte est une association de récepteurs soumis pour une partie au même courant I et pour une autre à la même tension U.

Dans la pratique, le couplage mixte est le plus fréquent dans les installations électriques. Pour alimenter une maison, une ligne électrique, de résistance R ou de conductance G, est nécessaire.

A son extrémité, des récepteurs sont connectés en parallèle.(cuisinières, radiateurs, lampes, etc.)



Le courant électrique I possède un seul passage de C à A.
Mais de A à B il possède 2 possibilités.

5.16 Application de la loi de Kirchhoff des nœuds

$$\Sigma I_{total} = \Sigma I_{partiel}$$

Le courant électrique I_{total} est constant dans un circuit série.

Le courant électrique I_{total} se partage au nœud A entre les chemins formant les branches

$$A - G_1 - B\ (I_1) \quad \text{ou} \quad A - G_2 - B\ (I_2)$$

La valeur du courant électrique I_{total} dépend des valeurs de résistances R ou de conductances G composant le circuit.

$$I_{total} \text{ au point A} = I_{partiel} \text{ au point B}$$

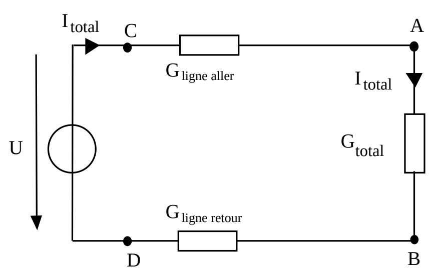
L'application de la loi de Kirchhoff des nœuds se traduit par

$$I_{total} \text{ en A} = I_1 + I_2$$

C'est la preuve que notre couplage est parallèle.

Une résistance équivalente R_{AB} peut être calculée.

$$G_{total} = G_1 + G_2$$



5.17 Application de la loi de Kirchhoff des mailles

$$\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$$

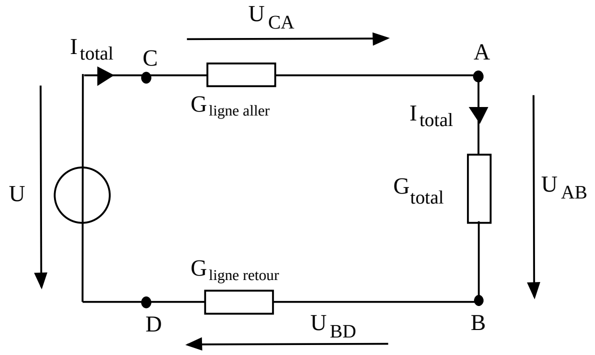
Le schéma possède 3 résistances R, dont l'une est une résistance équivalente, parcourues par un courant électrique I. (voir conductance G, inverse de la résistance R)

Sachant qu'une résistance R parcourue par un courant électrique I est l'application de la loi d'Ohm, nous pouvons en déduire que chaque résistance R possédera une tension électrique U en rapport aux grandeurs électriques R et I.

Loi d'Ohm: $U = R \cdot I$ $U = \frac{1}{G} \cdot I$

Schéma électrique:

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AB} + U_{BD}$$



Exemple d'application numérique:

Un cabanon de jardin est alimenté par un câble électrique de 3x1.5 [mm²]. Nous y branchons 2 radiateurs en parallèle.

A l'aide d'un voltmètre, nous mesurons la tension U au départ du câble et à l'arrivée du câble. Un ampèremètre est placé sur le circuit et nous indique I_{total}

Nous décidons de mesurer le courant I du radiateur 1, ainsi que la tension U à ses bornes.

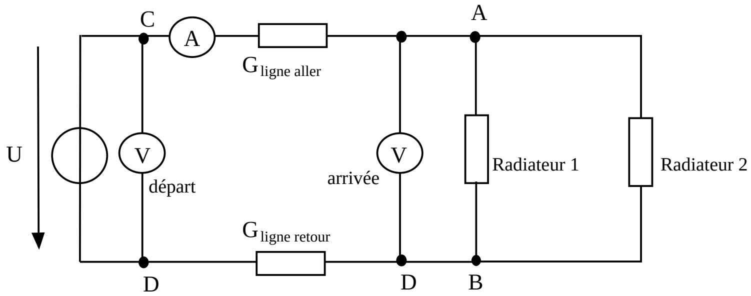
2 tableaux de mesures peuvent être établis:

Tableau 1	U [V]	I [A]
départ	230	25
arrivée	220	25

Tableau 2	U [V]	I [A]
radiateur 1	220	10

Nous allons calculer la tension U aux bornes du radiateur 2 ainsi que le courant I à travers le radiateur 2.

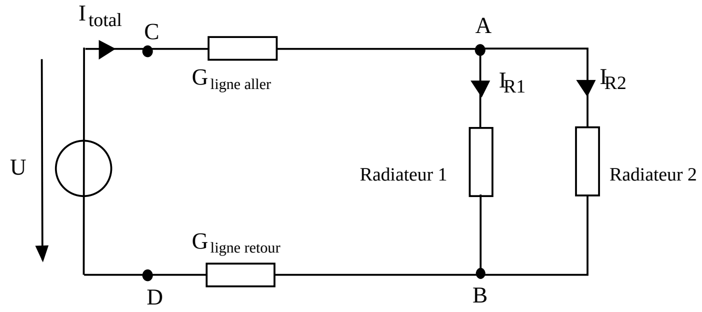
Schéma du montage :



Inconnues : U_{R_2} = ? I_{R_2} = ? U_{ligne} = ?

Relations : $\Sigma I_{total} = \Sigma I_{partiel}$ $\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$

Après avoir placé les repères, nous allons pouvoir résoudre notre problème.



Nous pouvons simplifier notre schéma électrique, en considérant la résistance totale du câble

$$R_{totale\ ligne} = R_{ligne\ aller} + R_{ligne\ retour}$$

car ces 2 résistances sont parcourues par le même courant. Elles sont en SERIE.

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AB} + U_{BD}$$

La tension U_{BD} est égale à zéro.

La résistance R_{BD} est égale à 0 [Ω]. Selon la loi d'Ohm : $U_{BD} = R_{BD} \cdot I_{total}$

I_{total} peut être très grand, mais 0 fois I_{total} donne 0. U_{BD} = 0 [V] cqfd

$U_{CD} = U_{CA} + U_{AB} + U_{BD}$ $U_{CA} = U_{CD} - U_{AB}$

Application numérique: U_{CA} = 230 - 220 = 10 [V]

Calculons le courant I_{R2} à travers le radiateur 2

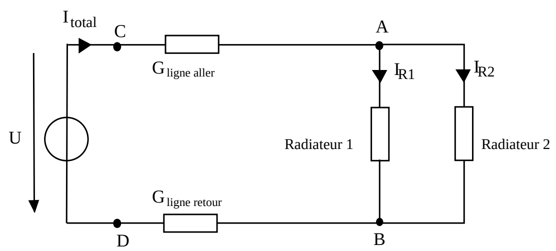
D'après la relation des nœuds de Kirchhoff en A: $I_{total} = I_{R1} + I_{R''}$

Cherchons I_{R2} en isolant ce terme: $I_{total} - I_{R1} = I_{R2} - I_{R1} + I_{R2}$ $I_{total} - I_{R1} = I_{R2}$

Application numérique: I_{R2} = 25 - 10 = 15 [A]

Cherchons la tension aux bornes du radiateur 2.

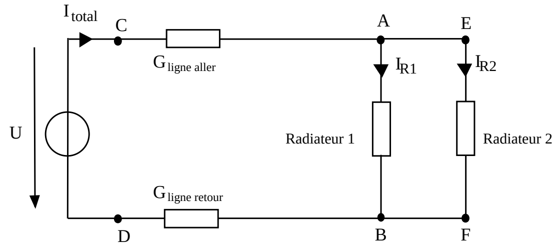
Nous allons placer 2 repères (points E et F) sur le radiateur 2 soit sur la résistance R_2



En appliquant la loi de Kirchhoff des mailles, nous constatons que la résistance R_2 est en parallèle par rapport à R_1.

$$U_{AB} = U_{EF}$$

$$U_{EF} = U_{AB} = 220 \text{ [V]}$$



5.18 Résistance équivalente $R_{éq}$ d'un montage mixte

Dans la pratique, lorsque nous possédons plusieurs récepteurs, nous pouvons utiliser l'ohmmètre pour connaître la résistance équivalente $R_{éq}$ de plusieurs récepteurs.

L'ohmmètre va travailler selon le principe des lois de Kirchhoff, nous allons développer une méthode de calcul permettant d'obtenir cette résistance équivalente $R_{éq}$

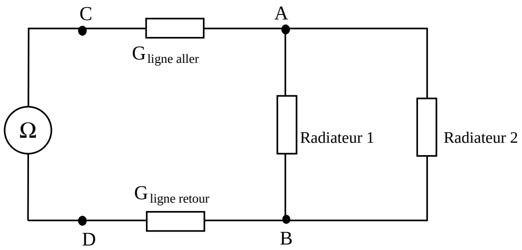


Schéma électrique mesuré à l'ohmmètre

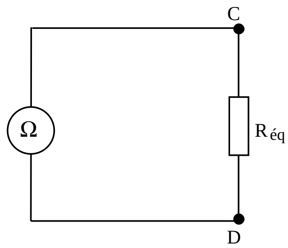


Schéma électrique équivalent obtenu par lecture du cadran de l'ohmmètre :

Exemple d'application numérique:

Un cabanon de jardin est alimenté par un câble électrique de 3x1.5 [mm²] en Cu. Nous y branchons 2 radiateurs en parallèle.

A l'aide d'un ohmmètre, nous mesurons la résistance totale du circuit entre les points C et D. Nous décidons de mesurer la résistance du radiateur 1 à chaud, ainsi que la résistance du radiateur 2 à chaud.

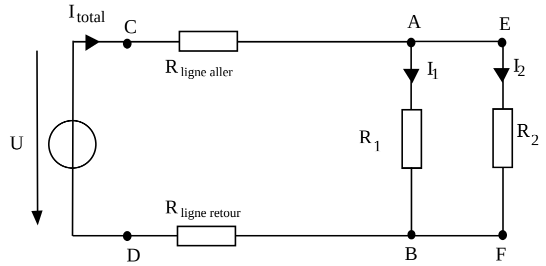
Nous savons que la tension U, au début du circuit, sera de 230 [V].

Un tableau de mesures peut être établi :

	R [Ω]
Résistance totale	9,2
radiateur 1	14,7
radiateur 2	22

Calculer la longueur du câble installé.

Calculer la tension U aux bornes du radiateur 2, ainsi que le courant I à travers le radiateur 1.



Données : U_{CD} = 230 [V] R_{CD} = 9.2 [Ω] R_1 = 14.7 [Ω] R_2 = 22 [Ω]

Inconnues : U_{EF} = ? I_1 = ? $I_{câble}$ = ?

Relations : $U = R \cdot I$ $\Sigma I_{total} = \Sigma I_{partiel}$ $\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$

Imaginons que nous sommes le courant électrique I_{total} et nous suivons son parcours :

Le courant I_{total} passe au point C, puis traverse la résistance de ligne aller R_{CA} pour rejoindre le nœud A. Ce courant total I_{total} traversera d'autres éléments du circuit.

C'est donc un couplage de type SERIE.

Au nœud A, le courant I possède 2 chemins, à travers les résistances R_{AB} et R_{EF} pour aboutir au nœud B.

C'est donc un couplage de type PARALLELE.

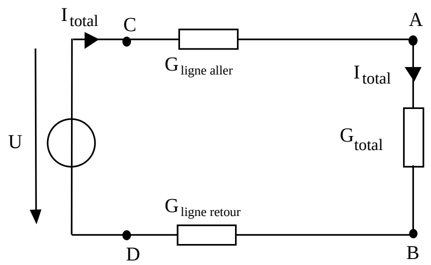
Au nœud B, les courants partiels I_1 et I_2 se rejoignent.

Le courant total I_{total} traverse alors la résistance de ligne retour R_{BD} pour aboutir au point D.

Nous constatons que nous sommes en présence d'un couplage SERIE.

Cette suite de couplage implique que nous sommes en présence d'un COUPLAGE MIXTE.

Nous allons simplifier notre schéma en remplaçant les 2 résistances en parallèle par une seule résistance équivalente R_{AB} .



Calculons R_{AB} selon la méthode de couplage parallèle.

$$G_{total} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$

Sachant que la conductance G est l'inverse de la résistance R, nous allons transformer cette relation dans notre cas en:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Application numérique :

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{14.7} + \frac{1}{22}} = 8.81[\Omega]$$

Calculons la résistance du câble d'après les relations connues :

$R_{totale} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$ $\qquad$ $R_{CD} = R_{CA} + R_{AB} + R_{BD}$

Nous connaissons les valeurs de R_{CD} et R_{AB}

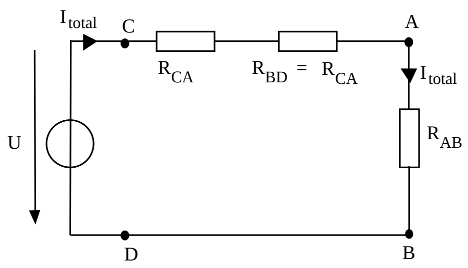
Nous savons aussi que, de par la construction des circuits électriques et en particulier des câbles, dans la plupart des cas en basse tension (domaine d'application de votre pratique), la résistance du fil aller R_{CA} est égale à la résistance du fil retour R_{BD}

Hypothèses : $R_{BD} = R_{CA}$ $\qquad$ $R_{CD} = R_{CA} + R_{CA} + R_{AB}$ $\qquad$ $R_{CD} = (2 \cdot R_{CA}) + R_{AB}$

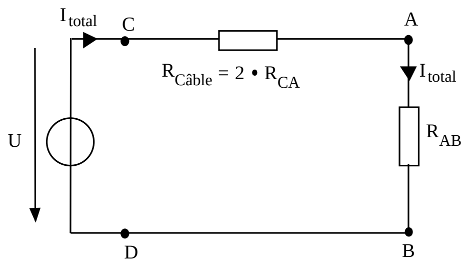
La résistance du câble est donc égale à $2{\cdot}R_{CA}$.

$$R_{CD} = (2 \cdot R_{CA}) + R_{AB}$$

$$R_{CD} = R_{câble} + R_{AB}$$



cherchons la résistance du câble :



$R_{CD} - R_{AB} = R_{câble} + R_{AB} - R_{AB}$

ce qui nous donne

$R_{CD} - R_{AB} = R_{câble}$

Application numérique : $\qquad R_{câble} = 9.2 - 8.81 = 0.39\ [\Omega]$

Calculons maintenant la longueur du câble. $\qquad R = \dfrac{\rho \cdot l}{A}$

Dans notre cas, le câble est en cuivre, symbole chimique Cu. Un formulaire technique nous donnera la valeur de la résistivité (rhô).

$$R_{câble} = \frac{\rho_{cu} \cdot l}{A} \qquad l = \frac{R_{câble} \cdot A}{\rho_{cu}}$$

Application numérique : $\qquad l = \dfrac{0{,}39 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}}{1{,}75 \cdot 10^{-8}} = 33.26\ [m]$

Mais attention, la longueur l est l'image du fil aller et du fil retour.

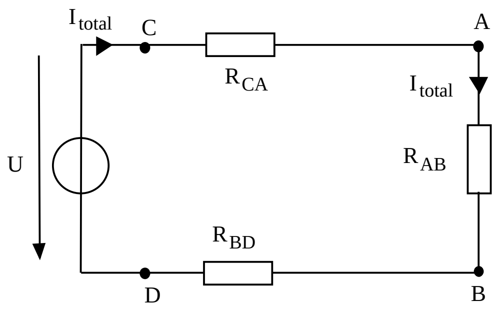
$$R_{câble} = R_{CA} + R_{BC} = 2 \cdot R_{CA}$$

Construction de la ligne alimentant les récepteurs:

longueur fil aller constituant R_{CA}

longueur fil retour constituant R_{BD}

le tout est entouré de thermoplastique constituant un CABLE électrique.



$$longueur\ du\ câble\ =\ \frac{longueur\ fil\ aller\ +\ longueur\ fil\ retour}{2}$$

Dans notre problème, il nous faudra diviser la longueur totale du fil par 2, pour obtenir la longueur du câble.

Application numérique : $l = \frac{33.3}{2} = 16.63\ [m]$

ATTENTION DANGER !
Dans les problèmes où il s'agit de calculer la longueur d'une ligne ou d'un câble, LISEZ ATTENTIVEMENT votre énoncé...

Cherchons la tension U aux bornes du radiateur 2.

L'ohmmètre nous a donné une résistance équivalente $R_{éq}$ de 9.2 [Ω].

Nous pouvons calculer le courant total I_{tot} du circuit.

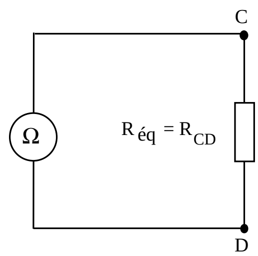


Schéma électrique équivalent obtenu à l'aide de l'ohmmètre

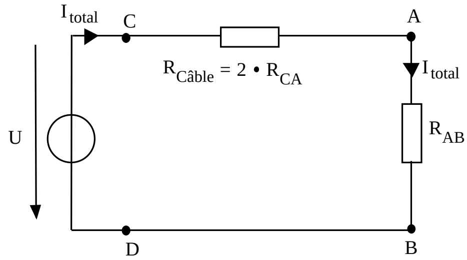
<u>Appliquons la loi d'Ohm</u> : U = R · I

$$U_{CD} = R_{CD} \cdot I_{tot} \qquad I_{tot} = \frac{U_{CD}}{R_{CD}} = \frac{230}{9.2} = 25\ [A]$$

Connaissant la résistance du câble $R_{câble}$, nous décomposons notre circuit de la façon suivante:

La résistance $R_{câble}$ a été calculée précédemment. $R_{câble}$ = 0.39 [Ω]

Les résistances $R_{câble}$ et R_{AB} sont couplées en série.

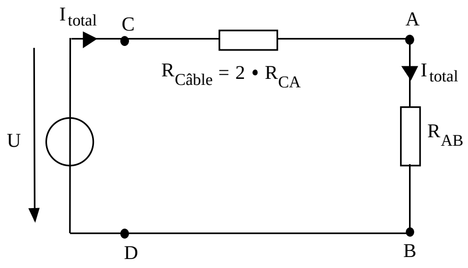


Le courant total I_{tot} est CONSTANT mais provoque une chute de tension aux bornes de la résistance du câble $R_{câble}$

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes du câble:

U = R · I $\qquad U_{CA} = R_{câble} \cdot I_{tot} = 0.39 \cdot 25 = 9.75$ [V]

Appliquons la loi des mailles au circuit:



$$\Sigma U_{totale} = \Sigma U_{partielle}$$

La tension U_{BD} est égale à 0, car la résistance R_{BD} est 0.

Mathématiquement, 0 fois une valeur quelconque, égale 0.

$U_{CD} = U_{CA} + U_{AB}$ $\quad$ $U_{AB} = U_{CD} - U_{CA} = 230 - 9.75 = 221.5$ [V]

L'écart entre les 2 méthodes donne 1.25 [V].

Nous obtenons cet écart de la façon suivante:

$$\Delta = valeur_{méthode\ 2} - valeur_{méthode\ 1}$$

$$\Delta = 221.25 - 220 = 1.25\ [V]$$

$$erreur = \frac{(valeur\ 1 - valeur\ 2)}{valeur\ 1}$$

$$erreur = \frac{(221{,}5 - 220)}{221{,}25} = 0.0056$$

soit une erreur relative de la mesure de 0.56 % (0.0056 · 100)

Nous constatons que l'erreur est infiniment petite et que cette erreur peut avoir comme origine l'imprécision de notre ohmmètre ou l'imprécision de l'arrondi dans nos calculs.

5.19 Code des couleurs des résistances

Dans la pratique, les résistances sont repérées au moyen d'anneaux de couleurs placés autour du composant.

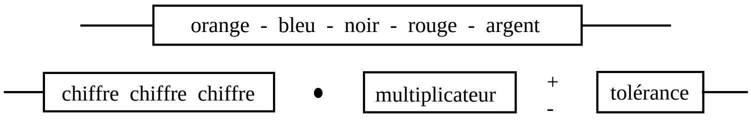
Exemple de valeur d'une résistance repérée par les couleurs :

argent - rouge - noir - bleu - orange

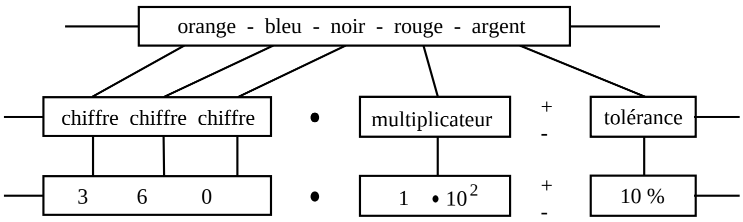
Méthode: Il faut placer la tolérance en dernier (sens écriture)

orange - bleu - noir - rouge - argent

Décomposition de la valeur:



Ce qui nous donne le résultat suivant :



de la valeur nominale soit:

$$360 \cdot 10^2 \pm 10\% \text{ de la valeur nominale}$$

$$36\ [k\Omega] \text{ valeur nominale} \pm 10\%$$

$$R_{min} = 36 \cdot 10^3 - \frac{36 \cdot 10^3 \cdot 10}{100} = 32.4[k\Omega]$$

$$R_{max} = 36 \cdot 10^3 + \frac{36 \cdot 10^3 \cdot 10}{100} = 39.6[k\Omega]$$

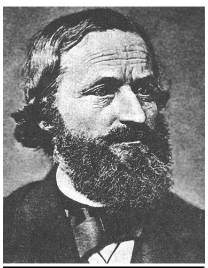
<u>Remarque:</u> Il sera nécessaire de consulter un cours d'électronique pour expliquer l'utilité des séries E6, E12, E24, etc.

Code des couleurs :

couleurs				
noir	brun	rouge	orange	jaune
0	1	2	3	4
vert	bleu	violet	gris	blanc
5	6	7	8	9

tolérances	
brune	rouge
1 %	2 %
or	argent
5 %	10 %

5.20 Documentaire



Gustav Kirchhoff, physicien allemand (1824-1877). Il a formulé les lois qui portent son nom et qui sont capitales en électricité. Avec Bunsen ils créent l'analyse spectrale (1859) et découvrent le césium et le nimbium en 1861.

5.21 Entraînement

1. Citer les différents couplages possibles :

2. Quelle est la différence entre un nœud et une maille ?

3. Donner la relation mathématique de la densité de courant par rapport au courant électrique.

4. Quelle est l'unité normalement utilisée pour la densité de courant ?

5. Compléter les phrases suivantes :

6. Le nœud est le point convergeant de .... conducteurs ou plus.

7. La branche regroupe les éléments situés entre ....

8. La maille est formée d'un ensemble de ....

9. Quelle est la valeur commune dans un montage parallèle ?

10. Dans un montage parallèle composé de deux résistances de même valeur, un courant de 1.5 [A] circule dans la première résistance.
Quel est le courant dans la seconde résistance ?

11. Citer deux applications courantes des montages parallèles.

12. Dans un montage série composé de 5 résistances, R_4 grille à la suite d'une surchauffe.
Quelle est la tension aux bornes de R_2 ?

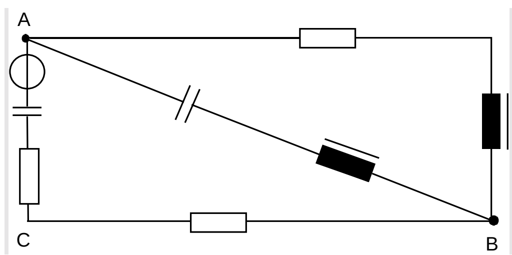
13. Dans un montage parallèle composé de 5 résistances, R_4 grille à la suite d'une surchauffe.
Quelle est la tension aux bornes de R_2 ?

14. Donnez le nom des différents tronçons du circuit ci-contre.

tronçon AB :

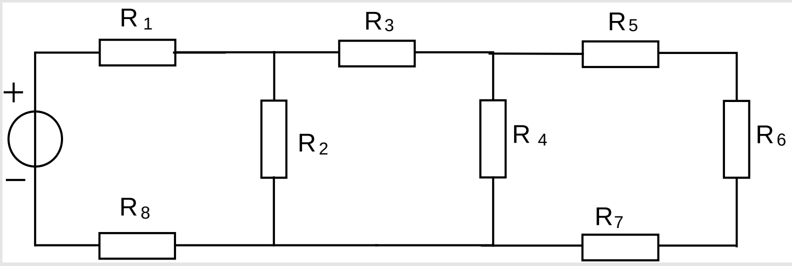
tronçon ABCA :

tronçon BC :
y
tronçon ACBA :
y
Combien y a-t-il de nœuds dans ce schéma ?



Exercices :

1. Dans le circuit ci-dessous :
   Nommer toutes les mailles, les branches et les nœuds.
   Flécher tous les courants et toutes les tensions.
   Enoncer toutes les équations de Kirchhoff



2. Calculer la valeur du courant I_5 , ci-dessous.

   I_1 = +10 [A] I_2 = -25 [A] I_3 = +30 [A] I_4 = +15 [A]

3. Calculer la valeur du courant I_3 , ci-dessous, et déterminer son sens.

   I_1 = -10 [µA] I_2 = -25 [µA] I_4 = +30 [µA] I_5 = -10 [µA]

4. Calculer la valeur de la tension U , ci-dessous

   U_1 = +10 [nV] U_2 = +25 [nV] U_3 = +30 [pV] $U_4 = +10 \cdot 10^2$ [pV]

5. Calculer la valeur de la tension U_3 , ci-dessous, et déterminer son sens.

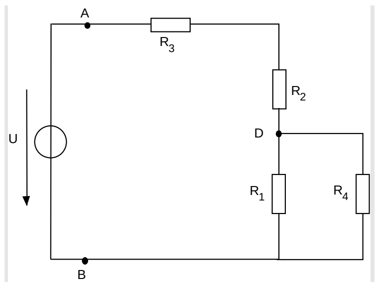
   U_1 = 10 [nV] U_2 = -0.25 [µV] U_4 = +30 [nV] $U_5 = -10 \cdot 10^2$ [nV]

6. Une résistance de 2 [Ω] est montée en parallèle avec une résistance de 4 [Ω]. La tension aux bornes de cette combinaison est de 12 [V]. Calculer les courants dans les différentes dérivations du montage.

7. 2 résistances sont couplées en parallèle. La mesure effectuée, à l'aide de l'ohmmètre, donne 400 [mΩ]. Sachant qu'une résistance est notée 0.6 [Ω], calculer la valeur ohmique de l'autre résistance.

Réponses : 2. I_5 = -30 [A] 3. I_3 = +15 [µA] 4. U = 30.03 [nV] 5. U_3 = 1.21 [µV]
6. I_1 = 6 [A] I_2 = 3 [A] 7. R = 1.2 [Ω]

8. Calculer la résistance équivalente du montage ci-dessous si:

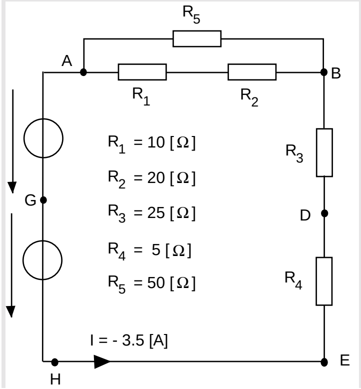


$R_1 = 10\ [\Omega]$ $R_2 = 4\ R_1$
$R_3 = 0.2\ R_1$ $R_4 = 0.75\ R_1$

Calculer la tension U_{AB} du montage, si $U_{AD} = 125\ [V]$

Calculer le courant I dans la résistance R_4

9.

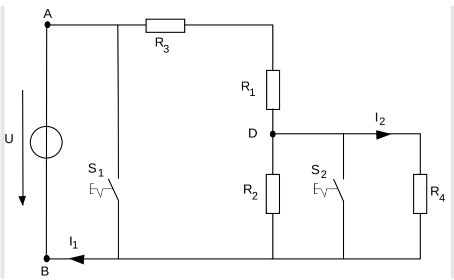


Calculer la résistance équivalente du montage.

Calculer la tension U_{AH} du montage.

Calculer la tension U_{GA} du montage, si elle est le quart de la tension totale.

10.



Calculer les courants I_1 et I_2 du montage suivant lorsque :

$R_1 = 100\ [\Omega]$ $R_2 = 200\ [\Omega]$
$R_3 = 10\ [\Omega]$ $R_4 = 200\ [\Omega]$

$U_{AB} = 230\ [V]$.

a) l'interrupteur S_1 est OUVERT et S_2 est OUVERT
b) l'interrupteur S_1 est FERME ($R = 0\ [\Omega]$) et S_2 est OUVERT
c) l'interrupteur S_1 est FERME et S_2 est FERME ($R = 0\ [\Omega]$)
d) l'interrupteur S_1 est OUVERT et S_2 est FERME ($R = 0\ [\Omega]$)

Réponses : 8. $U_{AB} = 147.32\ [V]$ $I_{R4} = 2.97\ [A]$
9. $R_{éq} = 48.75\ [\Omega]$ $U_{AH} = 170.625\ [V]$ $U_{GA} = 42.6\ [V]$
10. a) $I_1 = 1.1\ [A]$ $I_2 = 547.6\ [mA]$
b) et c) Lorsque S_1 fermé, il y a un court-circuit.
I est limité par la caractéristique du générateur.
d) $I_1 = 2.09\ [A]$ $I_2 = 0\ [A]$ *car elles sont court-circuitées par S_2*