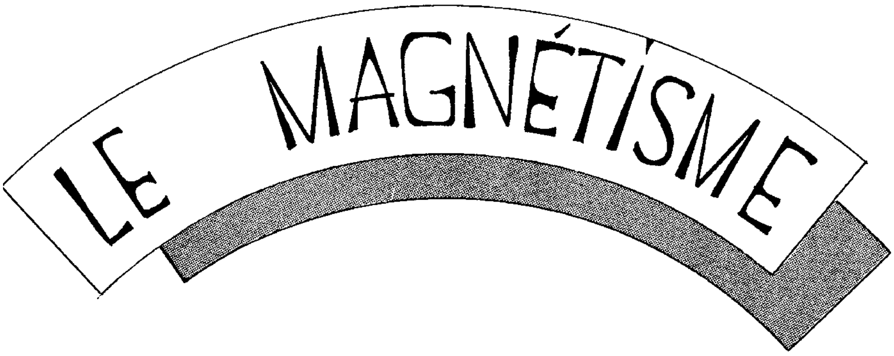
Chapitre 9

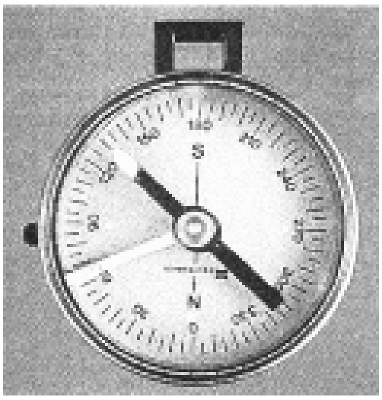


Sommaire

- Les effets magnétiques et leurs utilisations
- Coordonnées rectangulaires et polaires
- Rappels trigonométriques
- Entraînement

Introduction

L'homme, depuis ses débuts sur terre, a cherché à se diriger. Le repérage d'une direction peut se faire à l'aide des astres, en repérant par exemple l'étoile polaire qui nous indique le Nord, mais ce système ne fonctionne que la nuit. Si il fait jour, il est possible de s'orienter à l'aide du soleil et en connaissant l'heure de la journée. Ainsi, la direction du Sud peut être obtenue. Malheureusement, si le ciel est couvert de nuages, ni le soleil ni l'étoile polaire ne seront visible, ce qui rendra toute orientation impossible. D'autre part, ces deux solutions ne sont valables qu'en plein air, il est impossible de les utiliser dans des locaux fermés.



La seule possibilité fiable d'orientation est ***LA BOUSSOLE***. Elle vous permet de trouver la direction du Nord en tout temps et en tout lieux, mis à part lorsque l'on se trouve au dessus des pôles magnétiques terrestres.

Cet instrument simple utilise les phénomènes magnétiques. Une des pointes de son aiguille nous indique le direction du Nord. Comme pour le courant électrique, il a été décidé par convention que la pointe de l'aiguille indiquerait le Nord, alors que cela ne correspond pas à la réalité, comme le sens conventionnel du courant électrique qui lui ne correspond pas au sens de déplacement des électrons.

Dans ce chapitre, nous allons montrer l'importance de ces phénomènes que nous utilisons tous les jours, sans même nous en rendre compte.

Un peu d'histoire :

C'est 600 ans av. J.C. que l'on signale pour la première fois les propriétés d'un pierre trouvée en Magnésie et appelée magnétite. On constatait qu'elle attirait les pierres de même espèce ainsi que le fer. C'est Platon qui a démontré que cette propriété se transmettait au fer. L'application des aiguilles aimantées pour la navigation est attribuée aux arabes au 11ème siècle.

La première définition des pôles et des lois sur l'attraction et la répulsion sont dues à un scientifique du 13ème siècle, mais c'est Coulomb qui à réellement commencé l'étude de la quantification du magnétisme. Ensuite, un grand nombre de scientifiques, Gauss, Ampère, Faraday, Curie, et d'autres encore se sont attachés à l'étude des effets magnétiques et à leur relation avec l'électricité. Ces études continuent encore maintenant, et nous ne sommes certainement pas au bout des découvertes.

9.1 Les effets magnétiques et leurs utilisations :

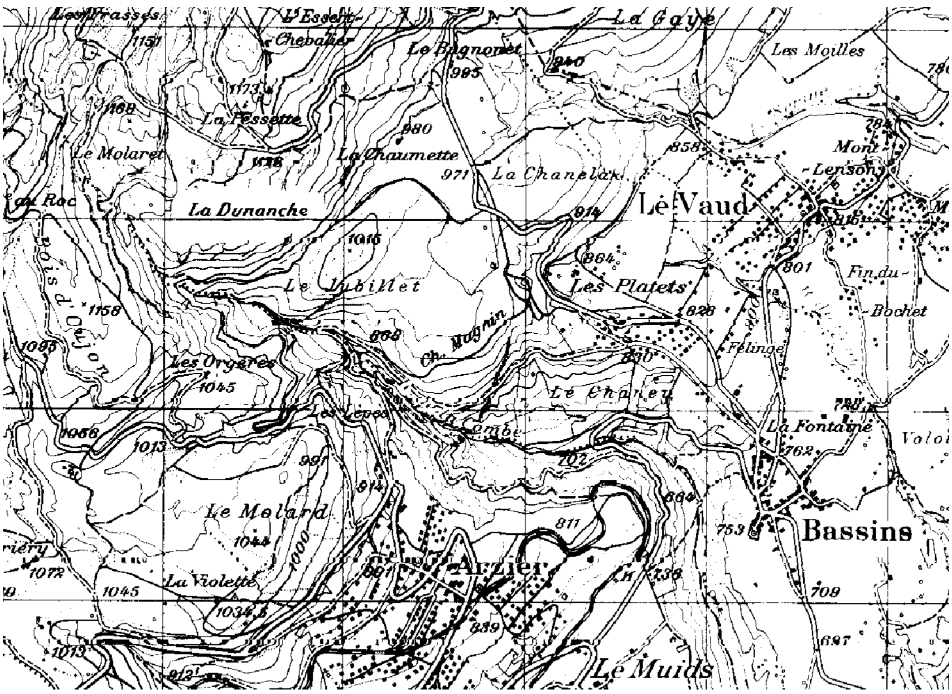
En électrotechnique, les applications des effets magnétiques sont parmi les plus vitales pour l'industrie. Les alternateurs, les moteurs, les protections contre les perturbations extérieures (cage de Faraday). Nous portons tous sur nous des accessoires utilisant les effets magnétiques.

Malheureusement, si nous voulons étudier de façon complète les effets magnétiques, il nous faut abandonner les représentation sur un seul plan. Pour une étude correcte, il nous faudra utiliser des représentations vectorielles. Pour introduire plus facilement ces nouvelles notions, nous utiliserons un carte de géographie.

9.2 Utilisation des coordonnées et positionnement par rapport à une carte de géographie :

La carte ci-dessous est à l'échelle 50 millième. Les quadrillages nous donnent les 4 points cardinaux. En haut le Nord, en bas le Sud, à gauche l'Ouest et à droite l'Est. Chaque quadrillage est repéré par des coordonnées par rapport à une référence. Nous pouvons situer un lieu sur la carte au moyen de ses coordonnées horizontale x et verticale y .

Rechercher sur cette carte la position du village de Bassins (place du village).
Marquer la position au moyen d'un crayon de couleur et relever ses coordonnées x et y.



<u>Coordonnées du village de Bassins :</u> [507.5 ; 146.5]

L'utilisation de la carte et de la boussole nous permet également de donner la direction d'un lieu A par rapport à un lieu B. Nous utiliserons la direction du pôle Nord comme référence pour cet exemple.

A 4.1 [km] à vol d'oiseau du village de Bassins, se trouve un chalet d'alpage. Quel est le nom de ce chalet ?

Méthode de recherche : Prendre un compas et tracer un cercle de rayon égal à la distance, c'est-à-dire 4.1 [km] .Attention, sur une carte au 50 millième, un centimètre vaut 500 [m] . Le rayon de notre cercle devra donc être le suivant :

1 cm	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	**carte**
500 m	1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	**réalité**

Une fois le cercle tracé, il ne nous reste plus qu'à parcourir sa circonférence pour trouver l'endroit où se trouve ce chalet. Cette façon de faire est **fastidieuse et imprécise**. Il nous manque encore quelque chose pour parfaire notre technique.

Il nous faut absolument fixer une position de référence et déterminer l'endroit recherché au moyen d'un angle par rapport à cette position de référence.

Par exemple l'étoile Polaire ou la position du soleil peuvent être utilisés comme référence. Dans notre cas, il sera plus simple de prendre le Nord comme axe de référence. Nous déterminerons ensuite la position du chalet que nous recherchons au moyen d'un angle par rapport au Nord.

L'angle sera appelé ARGUMENT et indiqué par la lettre grecque alpha α . La longueur du rayon de notre cercle sera appelée rayon vecteur et nous pourrons la tracer entre le point de départ (place du village de Bassins) et le chalet que nous recherchons.

Indication suivante, le chalet se trouve à 60 ° par rapport au Nord que nous utilisons comme référence.

Mais cela ne nous suffit pas, nous avons en effet deux possibilités : Prendre l'angle de 60 ° vers la gauche de la carte, ou le prendre vers la droite. Encore une fois, notre méthode n'est pas complète. Nous devons encore donner une direction à notre angle.

Une convention définit la direction à prendre.

Il s'agit du sens inverse de rotation des aiguilles d'une montre.

Pour nous faciliter le travail, nous utiliserons toujours ce sens de rotation.

Une fois tous ces points mis au clair, nous pouvons enfin récapituler et rechercher notre chalet :

Elle doit se trouver à 60 ° vers la gauche par rapport à l'axe Nord. Au moyen d'un rapporteur, nous allons tracer une axe (rayon vecteur) à 60 °, et notre chalet devra se trouver à l'intersection du rayon vecteur et du cercle que nous avons déjà tracé.

Notre chalet est localisé, il s'agit de : **La Dunanche**

Sa position par rapport au village de Bassins est : [504.5 ; 148]

Pour déterminer sa position, nous avons utilisé le Nord comme référence,

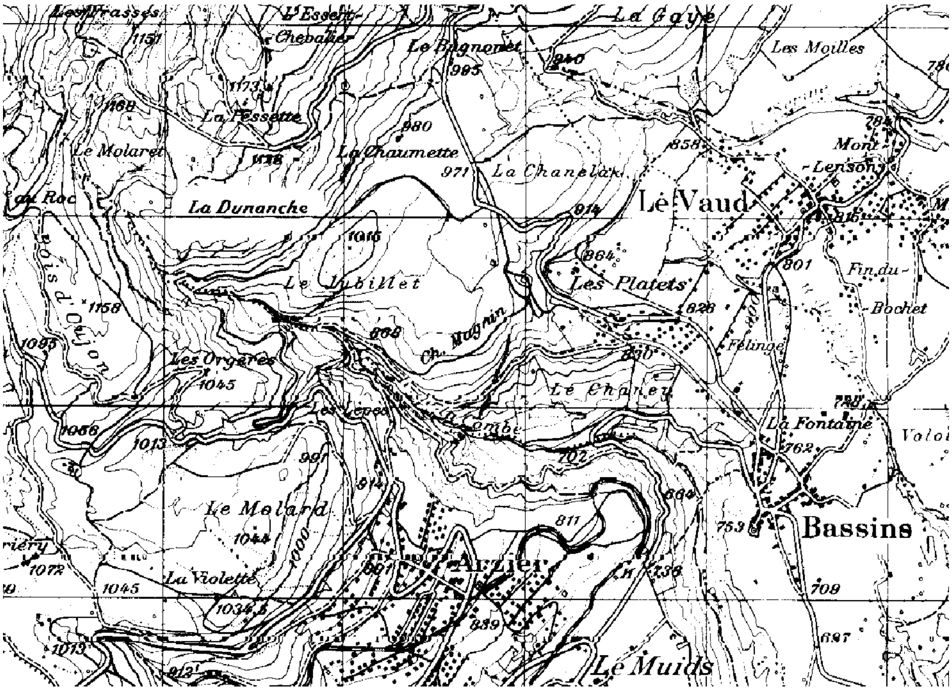
nous appellerons donc ceci des **coordonnées polaires**

Les **coordonnées polaires** sont notées de la façon suivante :

Module et argument soit 8.2 [km] , 60 °

9.3 Retour à l'exemple de la carte de géographie :

Plaçons sur la carte un arc de cercle (r = 8.2 [cm])., passant par le chalet de la Dunanche, et dont l'origine est le village de Bassins La référence est donnée par rapport à l'axe des x et non par rapport au pôle Nord comme nous l'avions fait précédemment.



Nous constatons que l'angle α entre notre axe x et la Dunanche a augmenté de 90 °. Sa valeur est maintenant de 150 °. Nous nous trouvons dans le second quadrant.

<u>l'angle α vaut :</u> angle $_{\text{Dunanche par rapport au Nord}}$ + 90 ° ⇒ 60 ° + 90 ° = 150 °

9.4 Coordonnées rectangulaires :

Nous remarquons qu'il est aussi possible d'indiquer la Dunanche par rapport à un déplacement sur l'axe des x, ceci, par rapport à notre référence du village de Bassins, soit 7.2 [cm] . Mais attention, le point de référence qui est le village de Bassins constitue notre point zéro. Si nous nous déplaçons vers la droite, nous allons dans une direction positive, si par contre nous nous dirigeons vers la gauche, nous allons dans une direction négative. Nous faisons de la même manière que lorsque nous indiquons l'heure, une minute avant huit heure il est huit heure moins une, et une minute après huit heure, il est huit heure plus une minute.

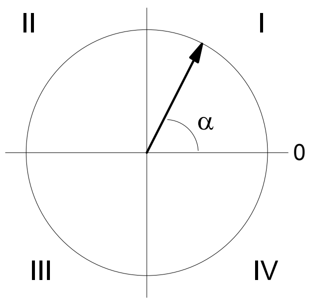
Nous allons donc indiquer la position de la Dunanche de la façon suivante

$$x = -7.2 \text{ [cm] et } y = +4.1 \text{ [cm]}$$

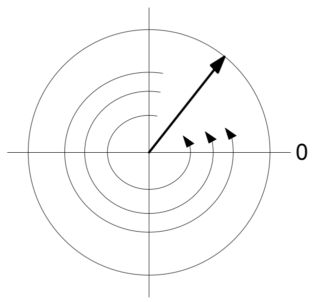
Il s'agit de coordonnées rectangulaires que nous noterons comme ceci :

$$\{ -7.2 \text{ [cm]} ; 4.1 \text{ [cm]} \}$$

9.5 Cercle trigonométrique, ou cercle orienté :



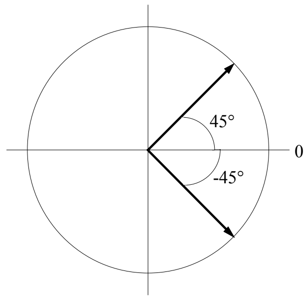
L'opération de tracer un cercle de rayon 1 autour d'un point de référence et à un axe de référence nous amène au cercle trigonométrique.



Le module peut faire une révolution de 360 °, mais il peut aussi faire plusieurs tours.

Le cercle trigonométrique peut être séparé en plusieurs quadrants notés en chiffre romains de I à IV. Nous utiliserons toujours notre convention pour le sens de rotation, soit le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens trigonométrique). Pour séparer ces quadrants, nous allons tracer deux axes, un axe horizontal (x) et un axe vertical (y).

Exemple :



Dans ce cercle, nous avons tracé deux modules.
Le premier avec un **argument** de 45 °
et le second avec un angle de -45 ° .

Constatations :

- Nous constatons que leur *module*, ou *intensité du vecteur* sont les mêmes.
- Par contre leurs *sens* sont les mêmes par rapport à la référence.
- Mais leurs *directions* sont différentes.
- Il est très important de se rappeler de ces termes :

intensité, sens et direction

- Ce sont eux qui définissent les vecteurs.

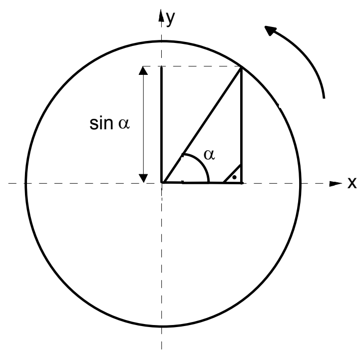
9.6 Cercle trigonométrique :

Dans la pratique, le fait d'avoir projeté le module avec son argument, par rapport à un axe vertical ou horizontal, peut se faire à l'aide des fonctions trigonométriques appelées

sinus et cosinus

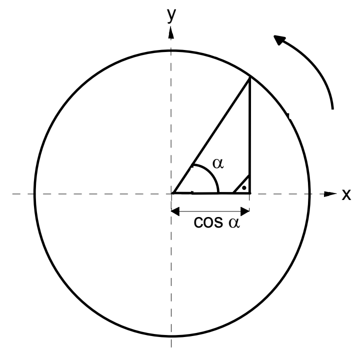
Le module représente l'amplitude du rayon vecteur du cercle et l'argument la phase ou l'angle qui le sépare de l'axe des x.

9.7 Fonction sinus :



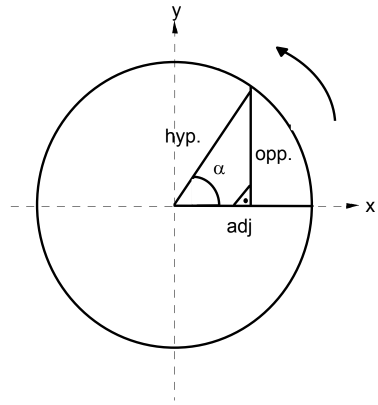
La fonction sinus symbolisée par sin est la projection sur l'axe y du cercle trigonométrique du module et de son argument.

9.8 Fonction cosinus :



La fonction cosinus, symbolisée par cos, est la projection sur l'axe x du cercle trigonométrique du module et de son argument.

9.9 Relations :



opp. $\Rightarrow$ côté opposé à l'angle α

adj. $\Rightarrow$ côté adjacent à l'angle α formant un angle droit avec le côté opposé

hyp. $\Rightarrow$ module

α $\Rightarrow$ angle ou argument

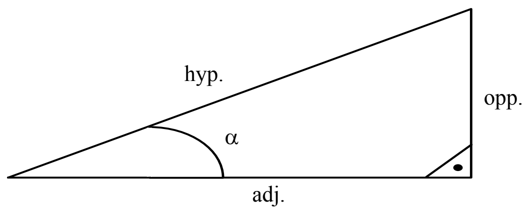
$\sin\alpha = \frac{opp}{hyp}$ $\qquad \cos\alpha = \frac{adj}{hyp}$ $\qquad tg\alpha = \frac{opp}{adj}$

9.10 Rappel de quelques définitions trigonométriques

Les représentations vectorielles que nous venons de faire sur le carte comportent toutes un angle droit (90 °) entre l'axe des x et l'axe des y. Nous pouvons donc l'assimiler à un triangle rectangle dont l'hypoténuse serait représentée par le module.

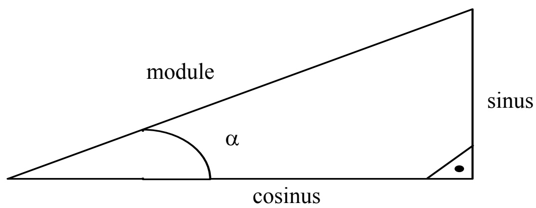
Pythagore (*philosophe et mathématicien grec 500 av. J.-C.*) a démontré que l'hypoténuse d'un triangle rectangle, élevée au carré, est égale à la somme des côtés élevés au carré.

Cette démonstration se traduit mathématiquement par :



$$\text{hypothénuse}^2 = \text{côté opposé}^2 + \text{côté adjacent}^2$$

Si nous appliquons ce théorème au cercle trigonométrique dont le module m vaut 1, nous arrivons à la relation suivante :



$$\textbf{hypothénuse}^2 = \textbf{côté opposé}^2 + \textbf{côté adjacent}^2$$

$$\textbf{module}^2 = (\textbf{module} \cdot \sin\alpha)^2 + (\textbf{module} \cdot \cos\alpha)^2$$

Nous pouvons simplifier cette formule en divisant chaque côté de l'égalité par la valeur " module^2 "

$$\frac{\text{module}^2}{\text{module}^2} = \frac{(\text{module} \cdot \sin\alpha)^2 + (\text{module} \cdot \cos\alpha)^2}{\text{module}^2}$$

ce qui implique : $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

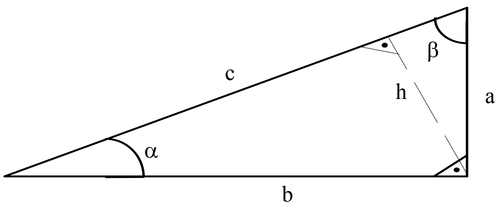
<u>Dimensions d'un triangle rectangle :</u>

a $\Rightarrow$ côté opposé à l'angle α

b $\Rightarrow$ côté adjacent à l'angle α

c $\Rightarrow$ hypoténuse

h $\Rightarrow$ hauteur



la somme des angle est toujours égale à 180 °

Aire du triangle rectangle : $A = \frac{a \cdot b}{2}$ hauteur = $\frac{A \cdot 2}{c}$

Pour d'autres compléments, il sera nécessaire de consulter un formulaire technique.

9.11 Entraînement

1. Comment s'appelle le rayon du cercle dans une représentation vectorielle ?
2. En combien de quadrants est décomposé le cercle trigonométrique ?
3. Quelle est la différence entre une valeur lue sur l'axe des x dans le premier quadrant et une valeur lue sur l'axe des x du troisième quadrant ?
4. Quel est le sens de rotation du module ?
5. Donner quelques exemples d'accessoires quotidiens utilisant les effets magnétiques :
6. Qu'est-ce qu'une coordonnée polaire ?
7. Qu'est-ce qu'une coordonnée rectangulaire ?
8. Qu'obtient-on en divisant le cosinus d'un angle par le sinus du même angle ? Effectuer un développement littéral et sans utiliser la calculatrice.
9. Qu'obtient-on en divisant le sinus d'un angle par le cosinus du même angle ? Effectuer un développement littéral et sans utiliser la calculatrice.

10. Calculer la valeur ou les valeurs manquante(s) dans les énoncés suivants sans utiliser le théorème de Pythagore

α = 56°	module = 17.5 [cm]	adj. = ?	opp. = ?
adj. = - 66 [cm]	opp. = - 58 [cm]	α = ?	hyp. = ?
α = 135°	opp. = 22 [cm]	adj. = ?	hyp. = ?
adj. = - 35 [cm]	module = 47 [cm]	α = ?	opp. = ?

11. Un observateur couché sur le sol voit la Tour Eiffel sous un angle de 16.66 °. A quelle distance se trouve-t-il de la Tour, sachant qu'elle mesure 300 [m] de hauteur ?

12. Une route rectiligne longue de 2.5 [km] s'élève d'un angle de 22°14'. Quelle est la distance parcourue à vol d'oiseau et quelle est la différence d'altitude effectuée ?

13. Calculer la distance entre Lausanne et la centrale nucléaire de Mühleberg, si notre référence (Lausanne-Ouchy) est située à [538 ; 151].
La situation de la centrale nucléaire est donnée par le couple [587 ; 201]
La carte que nous utilisons est à l'échelle 1 : 100'000.

<u>Compléter le tableau suivant</u> : (longueurs en [cm])

	α	cosα	β	sinβ	a	b	c	A	h
1	24°40'	0.908	65.33	0.908	5	10.9	12	27.25	4.54
2				0.876		15			
3			12°30'		18				
4		0.136					25		
5	58				16				
6				0.27		25			
7			27°44'		10				
8	13.5					30			
9			53.16				20		

<u>Réponses :</u>

10. adj. = 7.78 [cm] opp. = 14.51 [cm] α = 41.3 [°] hyp. = -87.8 [cm]
adj. = -22 [cm] hyp. = -31.1 [cm] α = 138.1 [°] opp. = 31.3 [cm]

11. distance = 1002.5 [m] 12. distance = 2.31 [km] altitude = 945.81 [m]

13 distance = 140 [km]