

## 6.1 Théorème de superposition

Dans un circuit linéaire à plusieurs générateurs, continus ou variables, le courant électrique, dans chaque branche ou impédance, est égal à la somme  $\Sigma$  des courants  $I$  que produiraient seul, chacun des générateurs, les autres étant remplacés par des court-circuits.

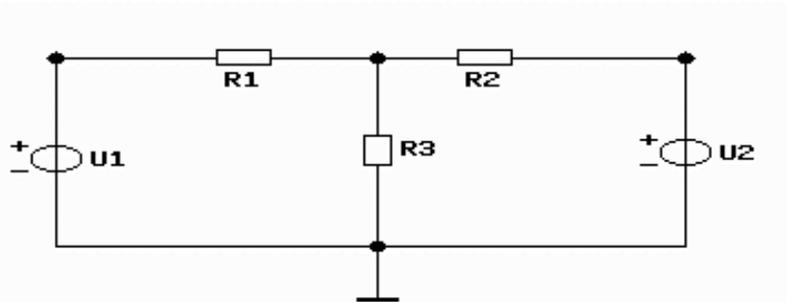


fig 6.1

Étape 1

Nous calculerons d'abord les courants  $I_1'$  dus à  $U_1$  seul, puis les courants  $I_1''$  dus à  $U_2$  seul.

Étape 2

Les courants réels seront la somme  $\Sigma$ , en tenant compte de leur sens, des courants  $I_1'$  et  $I_1''$ .

Décomposition:

Étape 1

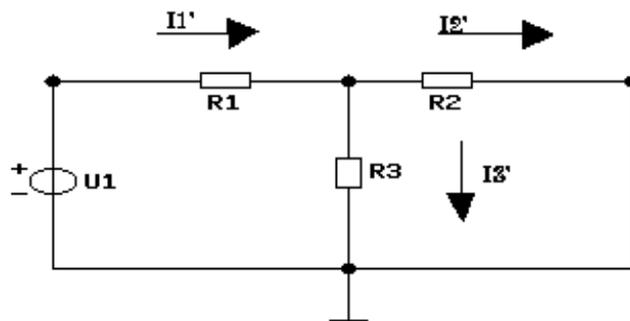


fig 6.2

plus +

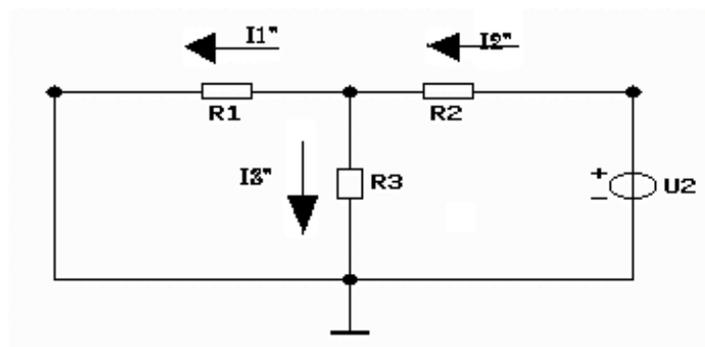


fig 6.3

Étape 2

$$I_1 = I_{1'} + I_{1''}$$

$$I_2 = I_{2'} + I_{2''}$$

$$I_3 = I_{3'} + I_{3''}$$

Exemple  
Calculer le courant  $I_3$  dans la résistance de  $3 [\Omega]$

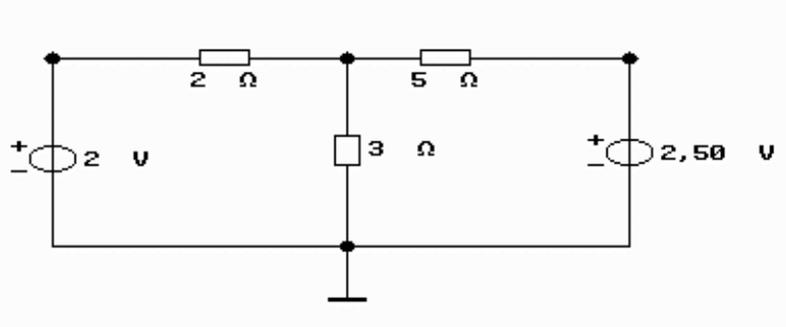


fig 6.4

Etape 1'  
Réponse

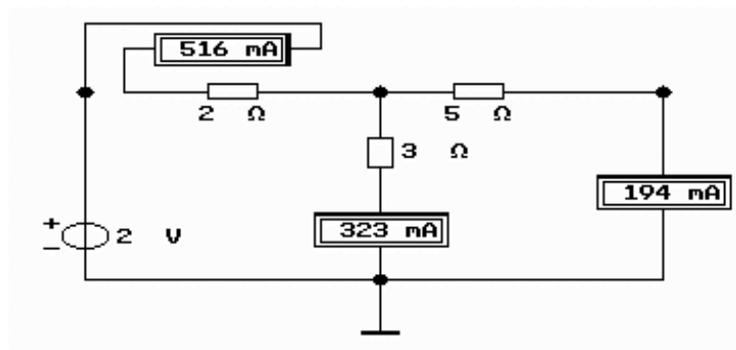


fig 6.5

Etape 1''  
Réponse

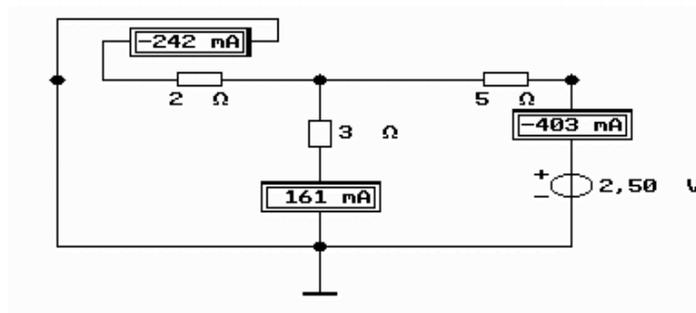


fig 6.6

Etape 2  
Réponse

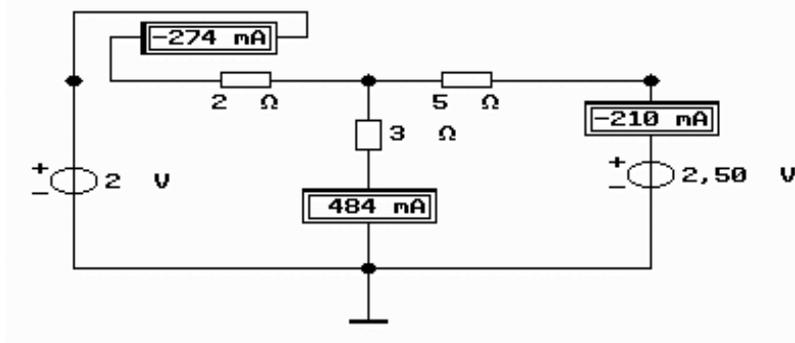
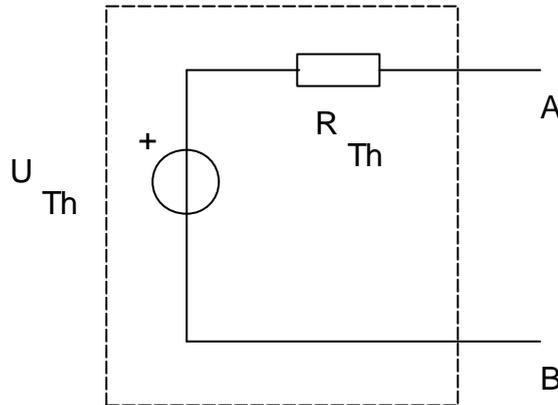


fig 6.7

**CQFD !**

## 6.2 Théorème de Thévenin

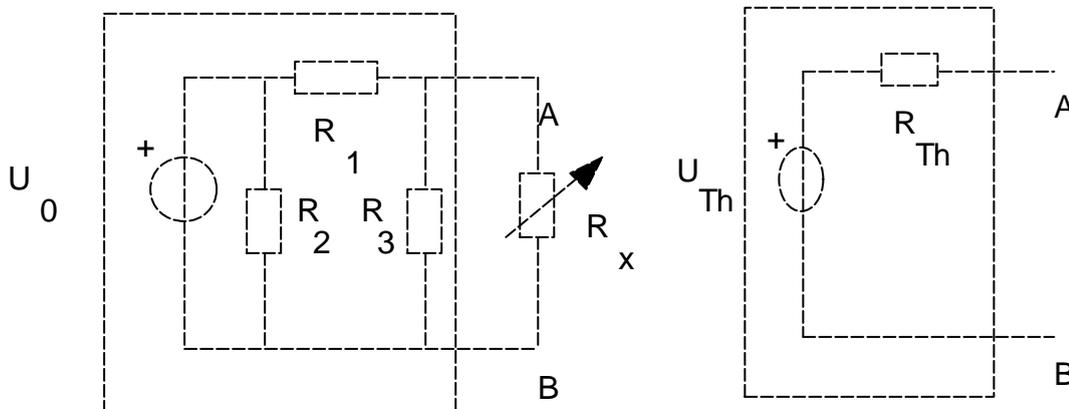
Le théorème de Thévenin s'énonce de la façon suivante: "En courant continu, tout réseau linéaire bilatéral à 2 bornes peut être remplacé par un générateur constitué d'une source de tension et d'une résistance série avec cette source."



Générateur de Thévenin

fig 6.8

Ce théorème permet d'isoler une partie d'un réseau de résistances, le reste du réseau étant représenté par un générateur.



Réseau quelconque

Générateur de Thévenin fig 6.9

Nous devons trouver le circuit équivalent de la partie encadrée pour être en mesure de déterminer rapidement le courant qui traverse la résistance variable  $R_X$ , pour les diverses valeurs que celle-ci peut prendre ou encore la tension présente à ses bornes.

Il est important de se rendre compte que le générateur de Thévenin ainsi calculé ne peut être qu'un montage série assurant ainsi le même courant  $I$  et la même tension aux bornes de l'élément raccordé entre A et B ( $U_{AB}$ ).

Ce montage, propre à notre esprit, porte le nom de **GENERATEUR DE THEVENIN**. Voici les étapes à suivre pour déterminer les valeurs correctes de  $R_{TH}$  et de  $U_{TH}$ :

1. Retirer du réseau la branche à laquelle sera raccordé le générateur. Dans notre cas, il s'agit de la branche contenant  $R_X$ .
2. Repérer les 2 bornes du réseau (déjà fait dans notre cas).
3. Calculer  $R_{TH}$ . Pour ce faire, court-circuiter toutes les sources de tension et mettre en circuit ouvert toutes les sources de courant; déterminer ensuite la résistance équivalente totale présente aux 2 bornes repérées (vue depuis la résistance  $R_X$ ). Si les résistances internes des sources sont indiquées sur le schéma ou réseau, il faut les considérer comme des résistances ordinaires.
4. Calculer  $U_{TH}$ . Pour ce faire, restituer au réseau ses sources de tension et de courant puis déterminer la tension en circuit ouvert aux bornes repérées. (C'est à ce moment-là que les erreurs sont les fréquentes. Se rappeler que dans le tous les cas, il s'agit de déterminer la tension  $U$  en circuit ouvert.)
5. Remplacer le réseau par le générateur et raccorder aux bornes de ce dernier la branche qui avait été retirée du réseau.

Quelques exemples permettront de bien comprendre cet important théorème.

### **Exemple 1** (entièrement résolu)

Trouver le générateur de Thévenin de la partie encadrée du réseau ci-dessous. Calculer ensuite le courant traversant la résistance  $R_X$  lorsqu'elle est égale à 2 [ $\Omega$ ], 10 [ $\Omega$ ] et 100 [ $\Omega$ ].

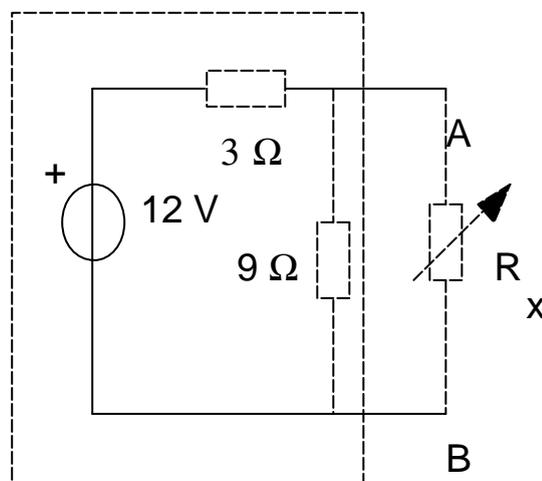
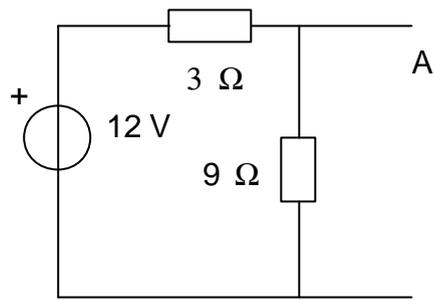


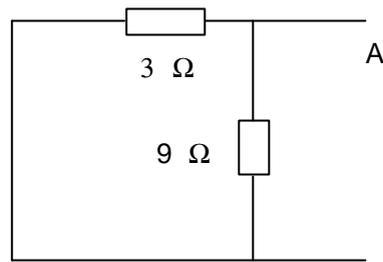
fig 6.10

Etapes 1 et 2



B fig 6.11

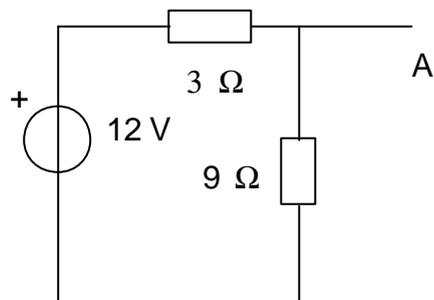
Etape 3 court-circuiter les sources de tension



B fig 6.12

Calculons la résistance de Thévenin  $R_{th} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{9}} = 2.25[\Omega]$

Etape 4 Remettre en circuit la source de tension.



B fig 6.13

Calculons la tension de Thévenin (circuit ouvert entre A et B)

$U_{Th} = U_0 - U_{R3}$  ce qui implique que la résistance totale  $R_{tot}$  est de  $12[\Omega]$  et que le courant  $I$  est de  $1[A]$ . ( $12 / 12$ ). Donc le générateur de Thévenin est de :  $9[V]$  car:

$$U_{Th} = U_0 - U_{R3} = U_0 - \left( R3 * \frac{U_0}{R3 + R9} \right)$$

$$U_{Th} = 12 - \left( 3 * \frac{12}{3 + 9} \right) = 9[V]$$

Etape 5

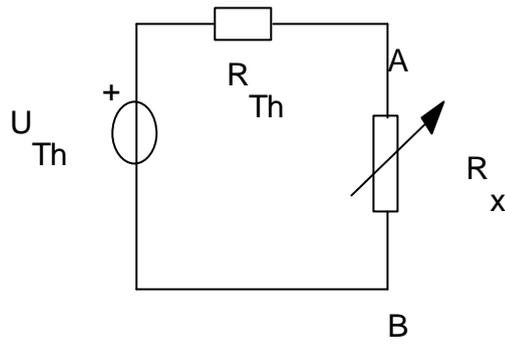


fig 6.14

Calculons le courant  $I$  circulant dans la résistance  $R_x$  de 2  $[\Omega]$ .

$$I = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + R_x} = \frac{9}{2.25 + 2} = 2.12[A]$$

Calculons le courant  $I$  circulant dans la résistance  $R_x$  de 10  $[\Omega]$ .

$$I = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + R_x} = \frac{9}{2.25 + 10} = 0.74[A]$$

Calculons le courant  $I$  circulant dans la résistance  $R_x$  de 100  $[\Omega]$ .

$$I = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + R_x} = \frac{9}{2.25 + 100} = 0.09[A]$$

### Etude de circuit avec plusieurs sources de tension et de courant.

Dans l'exercice de votre profession, il y a parfois des applications ne reposant pas seulement sur des sources de tensions, mais aussi sur une source de courant.

Définition de la source de courant

source produisant un courant continu d'intensité fixe malgré les variations de la tension induite à ses bornes par la charge.

Symbole:

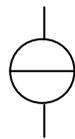
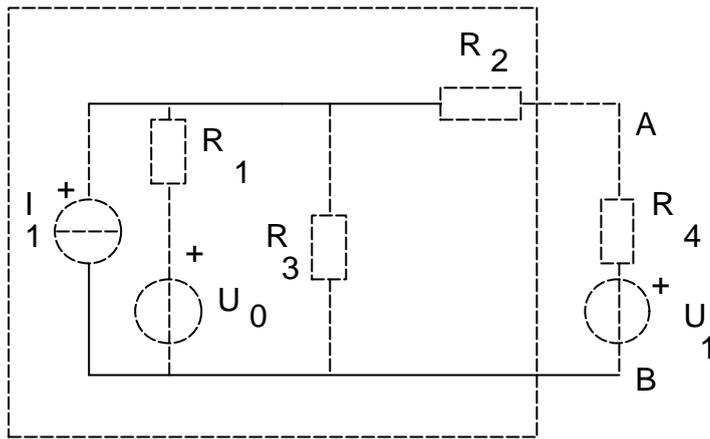


fig 6.15

Les transistors sont l'application pratique essentielle des sources de courant.

Nous pouvons donc rencontrer des montages avec un mélange de sources de tension et de courant.



Réseau quelconque

fig 6.16

**Exemple 2:**

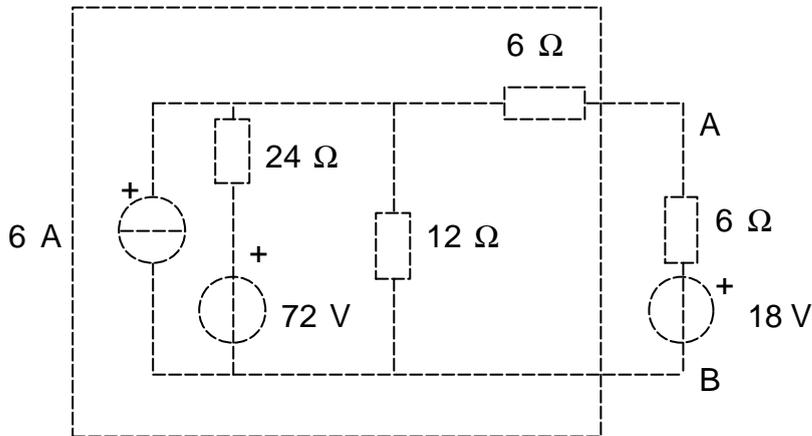
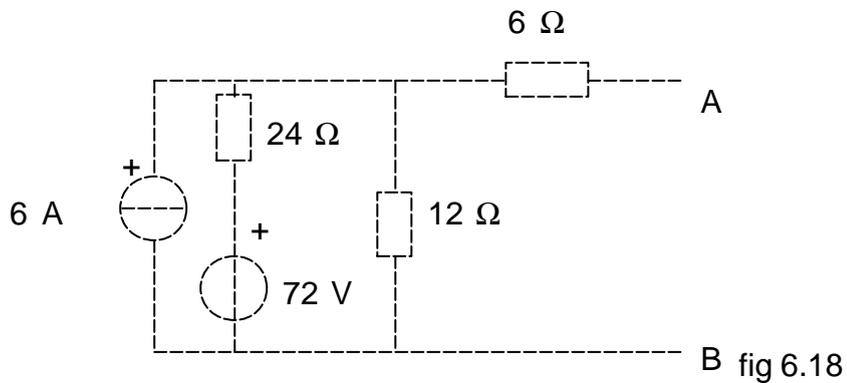


fig 6.17

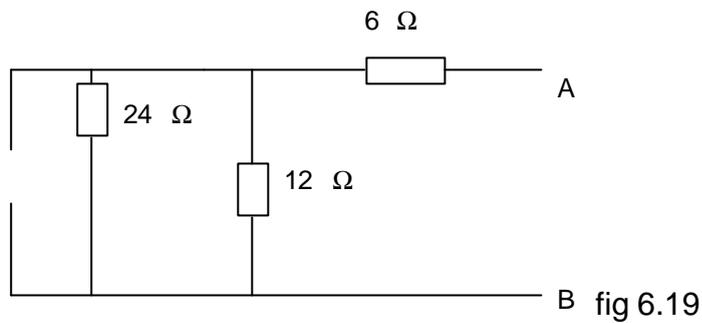
Trouvons le générateur de Thévenin de la partie encadrée du circuit (depuis A et B)  
 En appliquant Thévenin, les sources de courant sont considérées comme une interruption du circuit.

Etapes 1 et 2



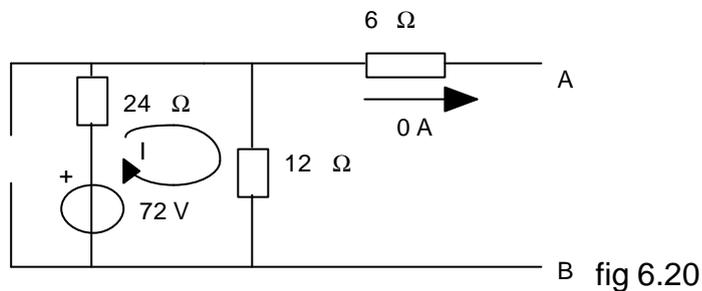
B fig 6.18

Etape 3 court-circuiter les sources de tension et ouvrir la source de courant



Calculons la résistance de Thévenin  $R_{Th} = 6 + \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 14[\Omega]$

Etape 4 Appliquer le théorème de superposition à l'aide de la source de tension de 72 [V].

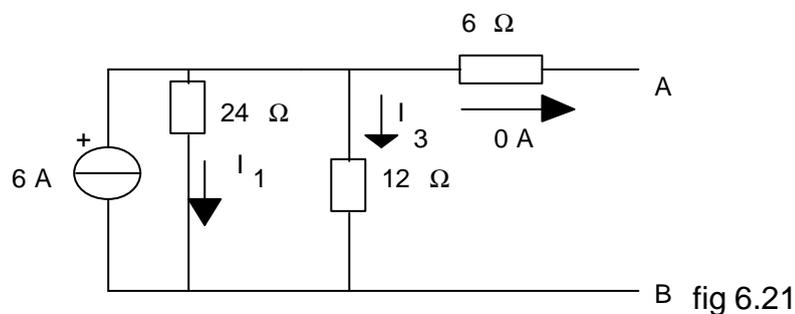


Calculons la tension de Thévenin intermédiaire  $U_{Th'}$  (circuit ouvert entre A et B)  
 $U_{Th'} = U_0 - U_{R3}$  ce qui implique que la résistance totale  $R_{tot}$  est de 36 [Ω] et que le courant I est de 2[A]. (72 / 36). Donc le générateur de Thévenin est de : 24 [V] car:

$$U_{Th} = U_0 - U_{R1} = U_0 - \left( R1 * \frac{U_0}{R1 + R3} \right)$$

$$U_{Th'} = 72 - \left( 24 * \frac{72}{24 + 12} \right) = 24[V]$$

La source de courant 6 [A] est remise en circuit et nous pouvons calculer un diviseur de courant entre les résistances R1 et R3 du montage.



$$I_{R_3} = \frac{R_1 * I}{(R_1 * R_3)} = \frac{24 * 6}{24 + 12} = 4[A]$$

$$U''_{Th} = I_{R_3} * R_3 = 4 * 12 = 48[V]$$

$$U_{Th} = U'_{Th} + U''_{Th} = 24 + 48 = 72[V]$$

Etape 5

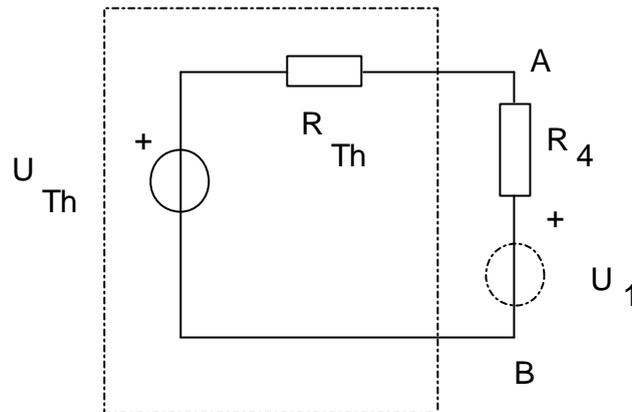


fig 6.22

soit:

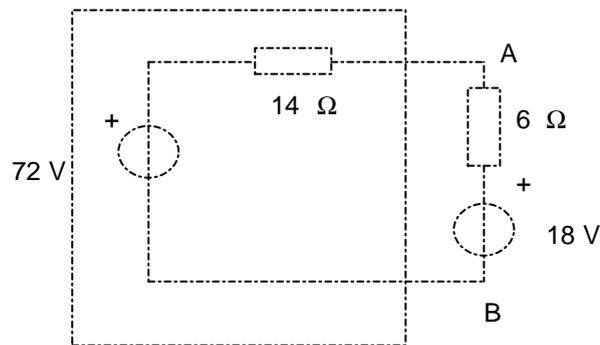


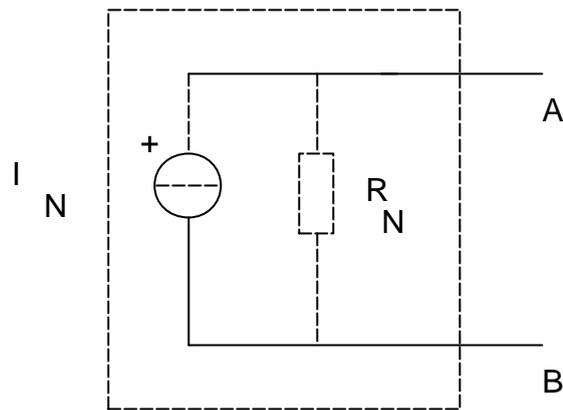
fig 6.23

Calculons le courant  $I_{AB}$ .

$$I_{AB} = \frac{U_{Th} - U_1}{R_{Th} + R_4} = \frac{72 - 18}{14 + 6} = 2.7[A]$$

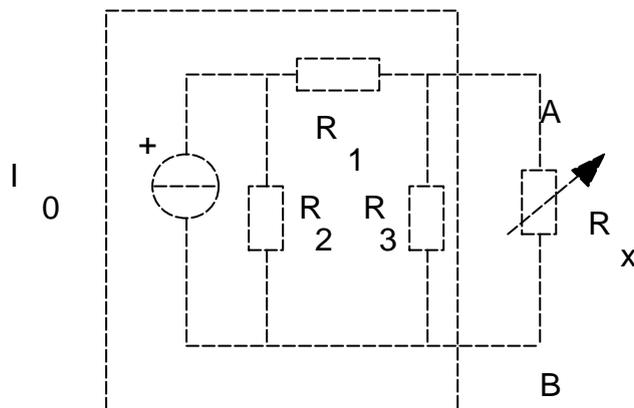
### 6.3 Théorème de Norton

Le théorème de Norton s'énonce de la façon suivante: "En courant continu, tout réseau linéaire bilatéral à 2 bornes peut être remplacé par un générateur constitué d'une source de courant et d'une résistance en parallèle avec cette source."

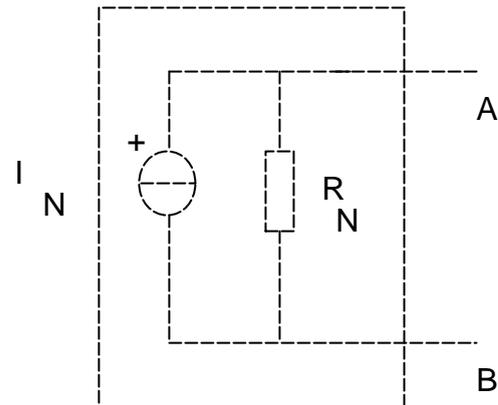


Générateur de Norton

fig 6.24



Réseau quelconque



Générateur de Norton

fig

### 6.25

Ce qui a été dit pour le générateur de Thévenin peut se dire pour le théorème de Norton.

Voici les étapes à suivre pour déterminer les valeurs correctes de  $R_N$  et de  $I_N$ :

1. Retirer du réseau la branche à laquelle sera raccordé le générateur. Dans notre cas, il s'agit de la branche contenant  $R_X$ .
2. Repérer les 2 bornes du réseau (déjà fait dans notre cas).
3. Calculer  $R_N$ . Pour ce faire, court-circuiter toutes les sources de tension et mettre en circuit ouvert toutes les sources de courant; déterminer ensuite la résistance équivalente totale présente aux 2 bornes repérées (vue depuis la résistance  $R_X$ ). Si les résistances internes des sources sont indiquées sur le schéma ou réseau, il faut les considérer comme des résistances ordinaires.
4. Calculer  $I_N$ . Pour ce faire, restituer au réseau ses sources de tension et de courant puis déterminer l'intensité de courant qui passerait dans un court-circuit reliant les 2 bornes repérées.
5. Remplacer le réseau par le générateur et raccorder aux bornes de ce dernier la branche qui avait été retirée du réseau.

Quelques exemples permettront de bien comprendre cet important théorème.

**Exemple 3** (entièrement résolu)

Trouver le générateur de Norton de la partie encadrée du réseau ci-dessous. ( $R_X = 10 [\Omega]$ )

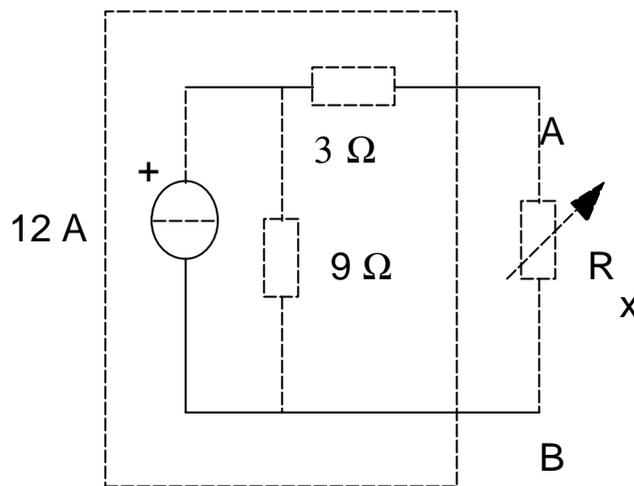
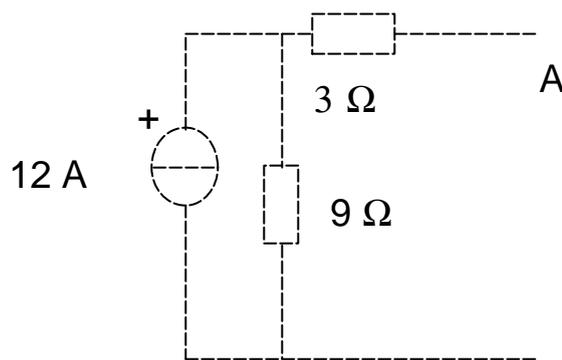


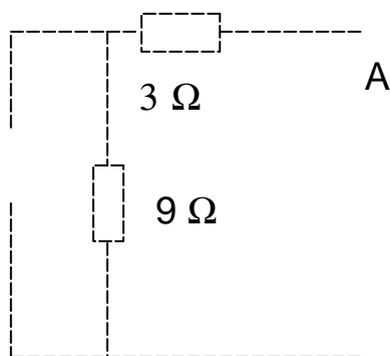
fig 6.26

Etapes 1 et 2



B fig 6.27

Etape 3 ouvrir les sources de courant



B fig 6.28

Calculons la résistance de Norton  $R_N = 9 + 3 = 12 [\Omega]$

Etape 4 Remettre en circuit la source de courant et calculer le courant de Norton.

Calculons le courant de Norton (court-circuit entre A et B)  
 C'est un diviseur de courant (proportionnel aux valeurs des résistances)

$$I_N = \frac{R_2 * I_0}{R_1 + R_2} = \frac{9 * 12}{3 + 9} = 9 [A]$$

Etape 5

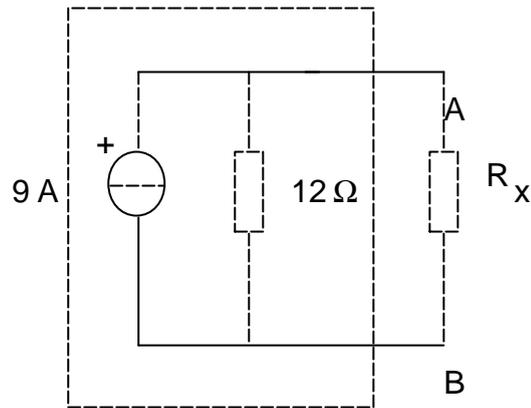


fig 6.29

Calculons le courant I circulant dans la résistance R<sub>x</sub> de 10 [Ω].

$$I = \frac{R_N * I_N}{R_N + R_x} = \frac{12 * 9}{12 + 10} = 4.91 [A]$$

### Etude de circuit avec une source de tension.

Dans l'exercice de votre profession, il y a parfois des applications où il est nécessaire de passer par le théorème de Norton pour résoudre un problème de courant d'une source de tension.

### Exemple 4

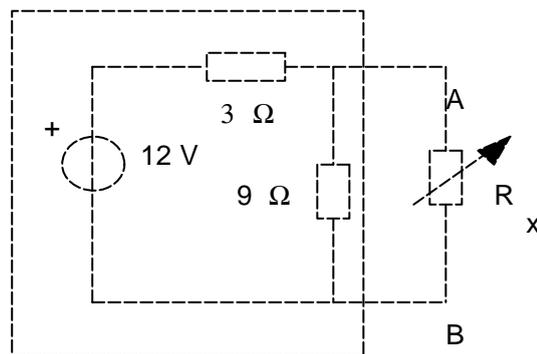
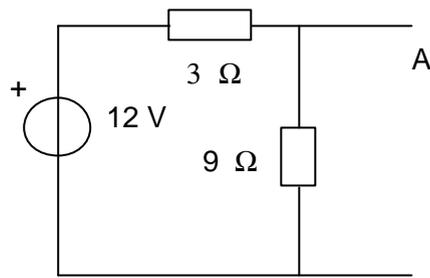


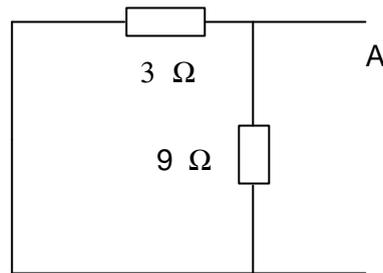
fig 6.30

Etapes 1 et 2



B fig 6.31

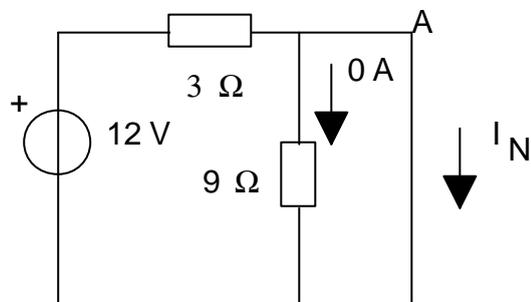
Etape 3 court-circuiter les sources de tension et ouvrir les sources de courant



B fig 6.32

Calculons la résistance de Norton  $R_N = \frac{1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = 2.25[\Omega]$

Etape 4 Remettre en circuit la source de tension.



B fig 6.33

Calculons l'intensité de courant de Norton (court-circuit entre A et B)

$$I_N = \frac{U}{R_1} = \frac{12}{3} = 4[A]$$

Etape 5

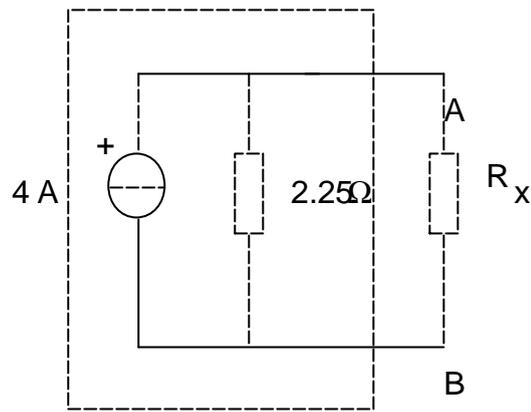
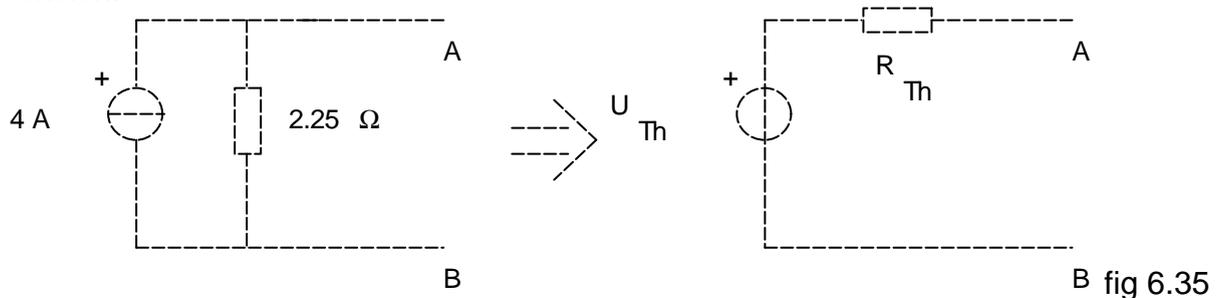


fig 6.34

Calculons le courant  $I$  circulant dans la résistance  $R_x$  de  $2 [\Omega]$ .

$$I = \frac{R_N * I_N}{R_N + R_x} = \frac{2.25 * 4}{2.25 + 2} = 2.12 [A]$$

Ce circuit est identique à celui que nous avons étudié par la méthode de Thévenin. Nous pouvons parler de transposition de la source de courant en une source de tension.



B fig 6.35

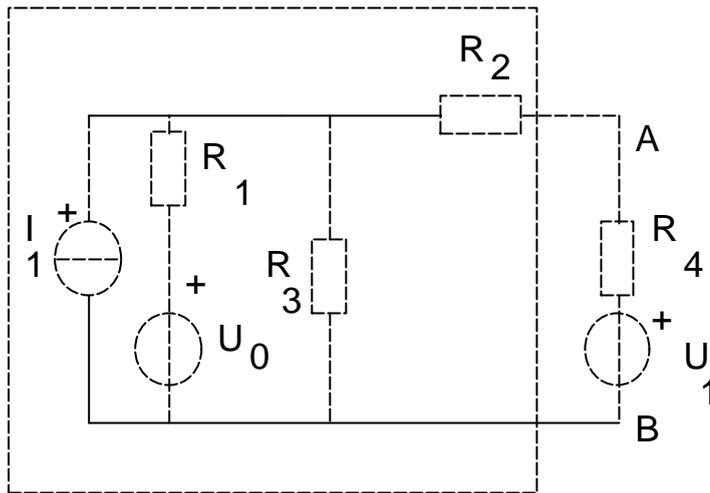
avec :

$$R_{Th} = R_N = 2.25 [\Omega]$$

$$U_{Th} = R_N * I_N = 2.25 * 4 = 9 [V]$$

### Etude de circuit avec plusieurs sources de tension et de courant.

Nous pouvons donc rencontrer des montages avec un mélange de sources de tension et courant. Nous pouvons résoudre par le théorème de Norton ces problèmes.



Réseau quelconque

fig 6.36

**Exemple 5:**

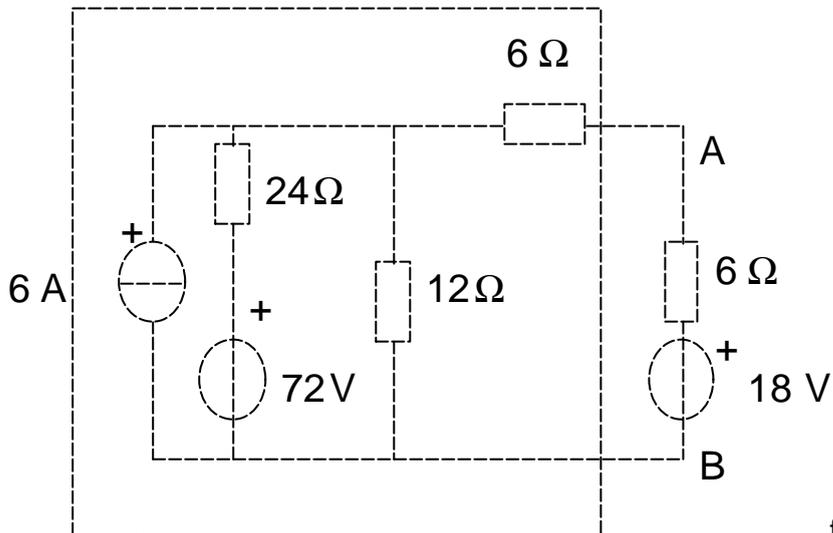


fig 6.37

Trouvons le générateur de Norton de la partie encadrée du circuit (depuis A et B)  
 En appliquant Norton, les sources de courant sont considérées comme une interruption du circuit.

Etapes 1 et 2

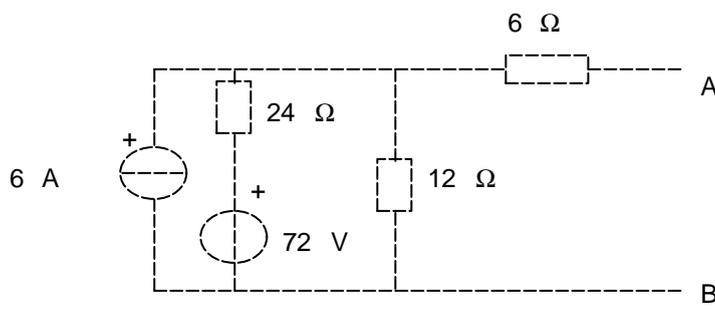
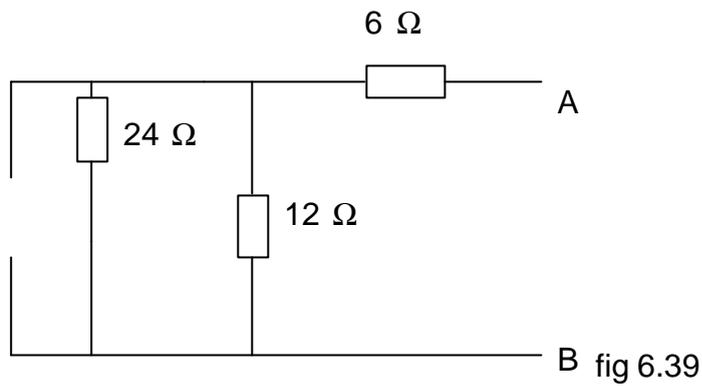


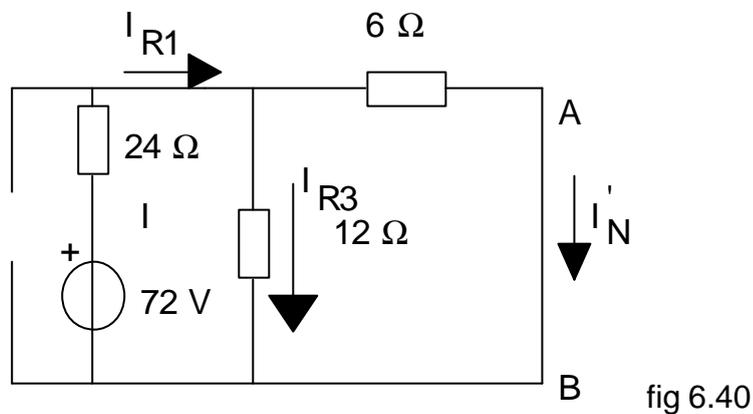
fig 6.38

Etape 3 court-circuiter les sources de tension et ouvrir la source de courant



Calculons la résistance de Norton  $R_N = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} + 6 = 14[\Omega]$

Etape 4 Appliquer le théorème de superposition à l'aide de la source de tension de 72 [V].



Calculons le courant de Norton intermédiaire  $I_{N'}$  (circuit fermé entre A et B)

$$I_{N'} = \frac{U - \left( R_1 * \frac{U}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}}} \right)}{R_2} \Rightarrow$$

$$A.N.I_{N'} = \frac{72 - \left( 24 * \frac{72}{24 + \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}}} \right)}{6} = 1.71[A]$$

La source de courant 6 [A] est remise en circuit et nous pouvons calculer un diviseur de courant entre les résistances  $R_1$ ,  $R_3$  et  $R_2$  du montage et définir  $I_{N''}$ .

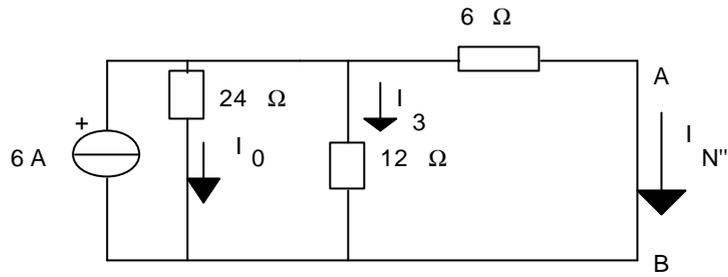


fig 6.41

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$U = R_{tot} * I$$

$$I_{N''} = \frac{U}{R_3}$$

$$I_{N''} = \frac{\left( \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \right) * I}{R_3}$$

AN

$$I_{N''} = \frac{\left( \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}} \right) * 6}{6} = 3.43 [A]$$

$$I_N = I_{N'} + I_{N''}$$

$$\text{soit } 1.71 + 3.43 [A] = I_{N'}$$

$$\text{soit } 5.14 [A] = I_N$$

Etape 5

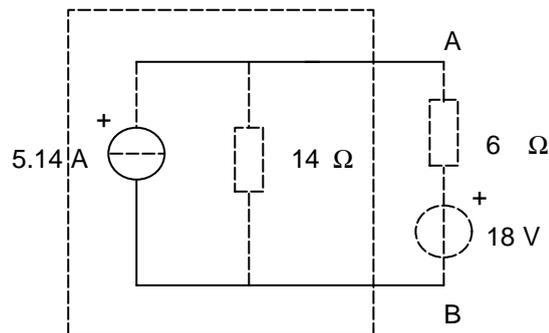
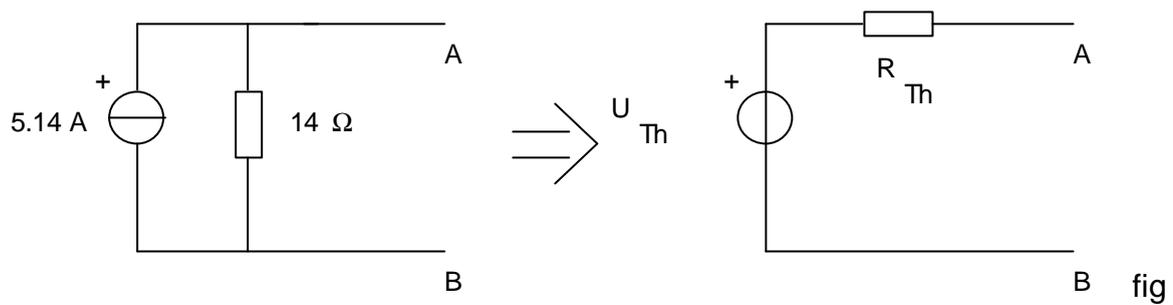


fig 6.42

Il est plus simple de reprendre le générateur de Thévenin.



6.43

soit:

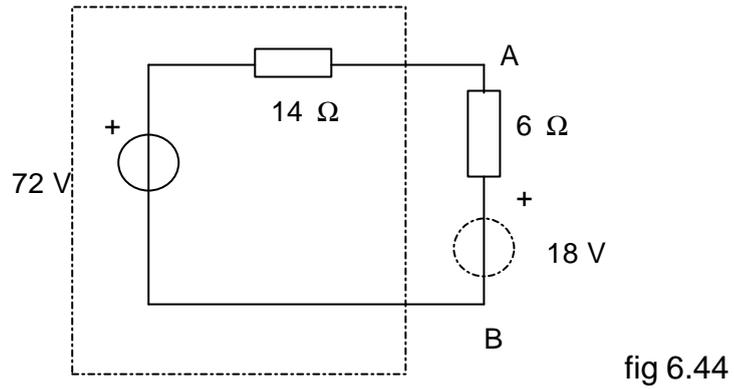


fig 6.44

Calculons le courant  $I_{AB}$ .

$$I_{AB} = \frac{U_{Th} - U_1}{R_{Th} + R_x}$$

AN

$$I_{AB} = \frac{72 - 18}{14 + 6} = 2.7 [A]$$

**CQFD** voir page 11

## 6.4 Entraînement

### Superposition

#### Exercice 1

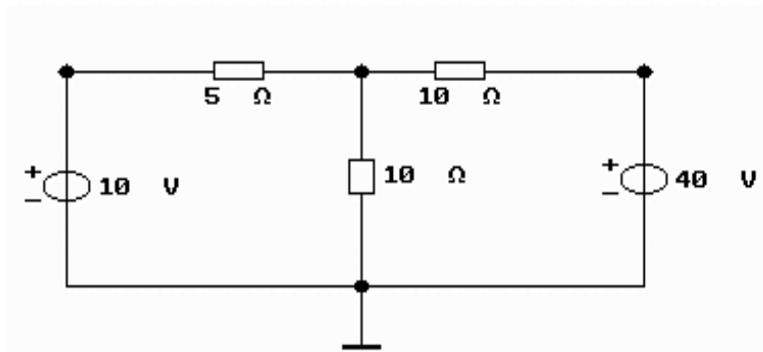


fig 6.44

Calculer  $I$  dans la résistance de  $5\ [\Omega]$ .

#### Exercice 2

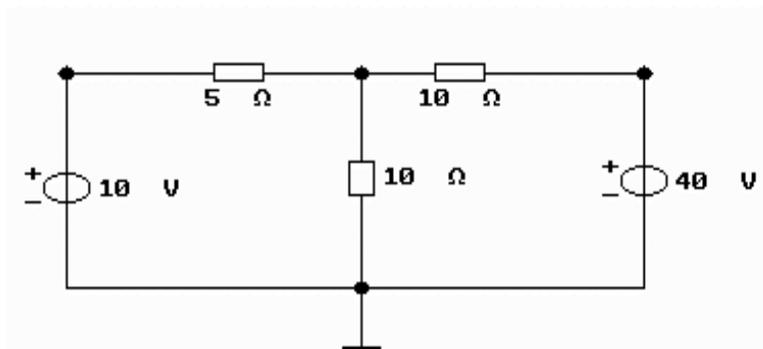


fig 6.45

Calculer la tension aux bornes dans les résistances de  $10\ [\Omega]$ .

#### Exercice 3

Soit une machine électronique alimentée par un chargeur réseau avec un accumulateur en tampon. Le chargeur est représenté par une source de tension continue de  $18\ [V]$ , en série avec une résistance  $R_1$ . L'accumulateur, en parallèle sur le chargeur, est composé d'une tension  $U_2$  de  $12\ [V]$  et d'une résistance interne  $R_{i2}$  de  $1.5\ [\Omega]$  en série. Les circuits électroniques de la machine sont représentés par une résistance  $R_3$ , en parallèle sur l'accumulateur. Le courant qui recharge l'accumulateur vaut  $60\ [mA]$ . Le courant dans  $R_3$  vaut  $120\ [mA]$ .

1. Dessiner le schéma.
2. Calculer la tension  $U_2$  aux bornes de l'accumulateur.
3. Calculer  $R_3$ .
4. Calculer  $R_1$ .

#### Exercice 4

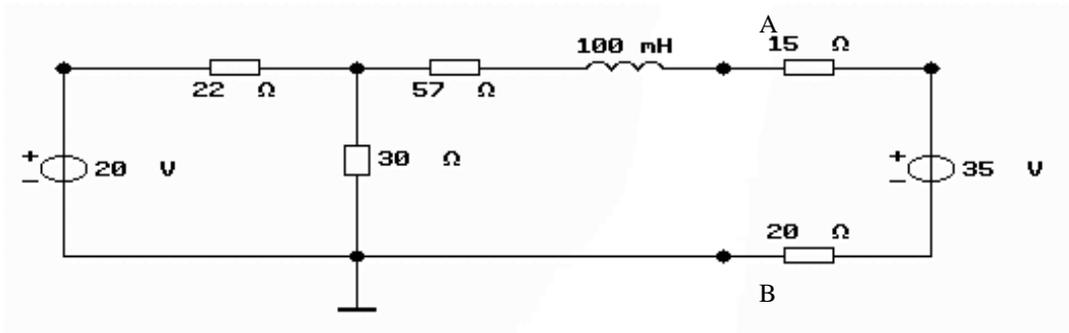


fig 6.46

Calculer la tension  $U_{AB}$ .

Thévenin  
Exercice 5

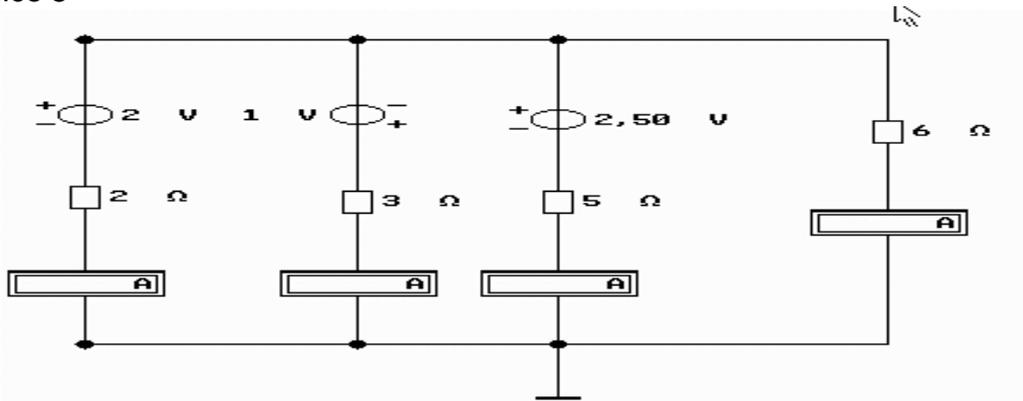


fig 6.47

Calculer la tension aux bornes de la résistance de 6 [Ω] et les courants.

Exercice 6

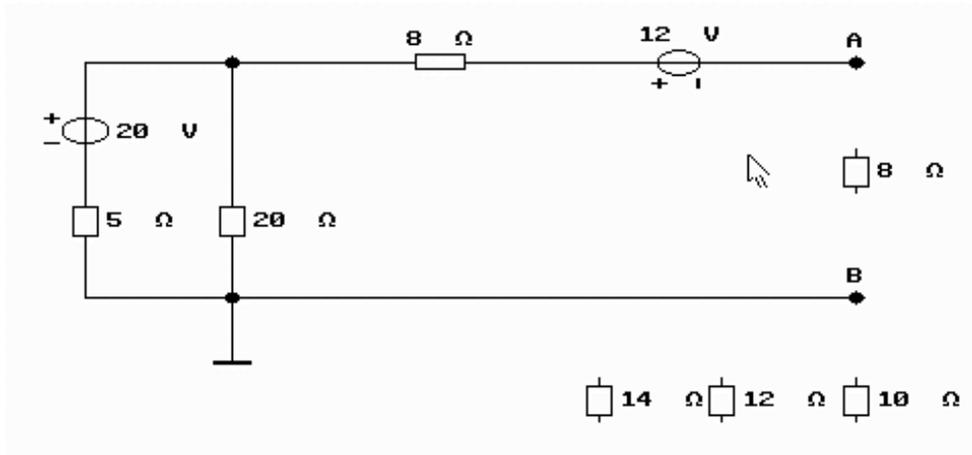


fig 6.48

1. Déterminer le générateur de Thévenin.
2. Lui brancher successivement une des 4 résistances de charge et calculer chaque fois la puissance dissipée par cette résistance.

Exercice 7

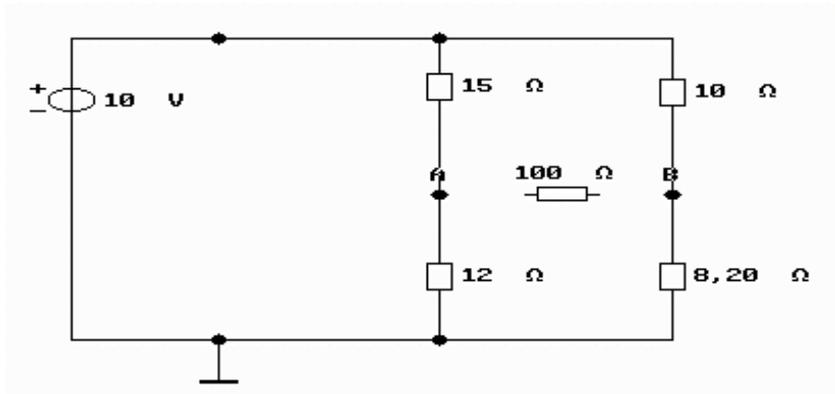


fig 6.49

1. Calculer le générateur de Thévenin aux bornes A et B.
2. Brancher la résistance entre A et B puis calculer le courant qui la traverse

Exercice 8

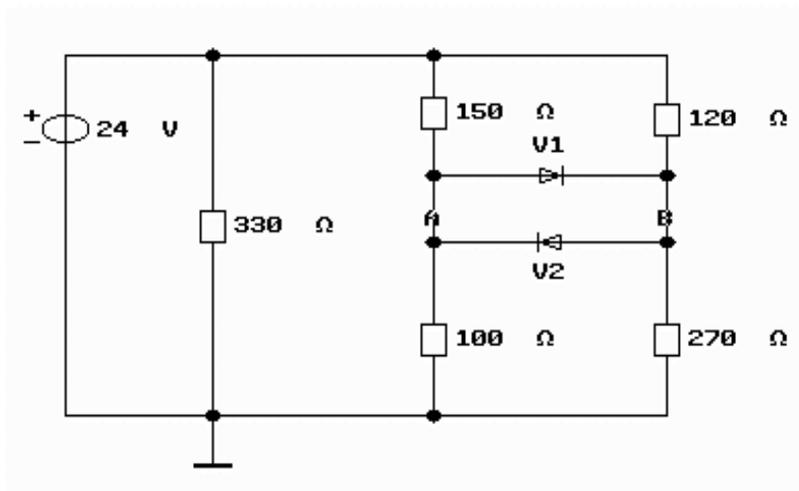


fig 6.50

1. Calculer le générateur de Thévenin aux bornes des diodes.
2. Sachant que chacune des diodes ne laisse passer le courant que dans le sens de la flèche, déterminer laquelle conduit et quel est le courant qui la traverse d'après la courbe ci-dessous.

Diode I f(U)

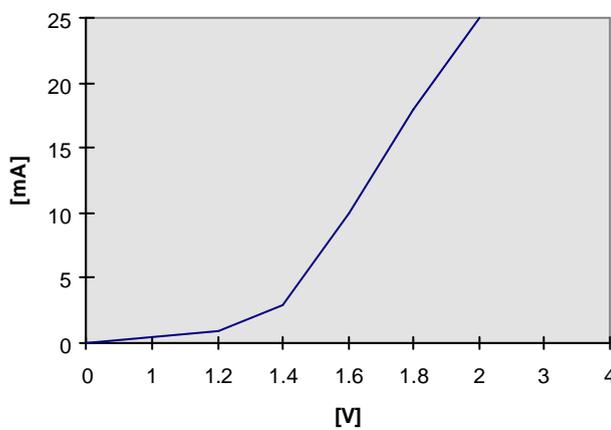


fig 6.51

Exercice 9

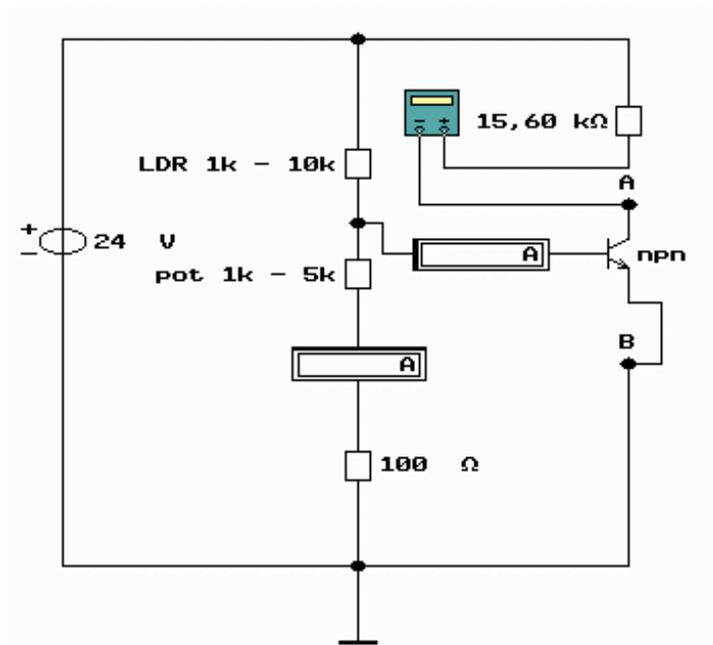


fig 6.52

1. Calculer le générateur de Thévenin aux bornes A et B.
2. Quel est le genre d'appareil placé entre la résistance et le point A du montage.



Norton  
Exercice 10

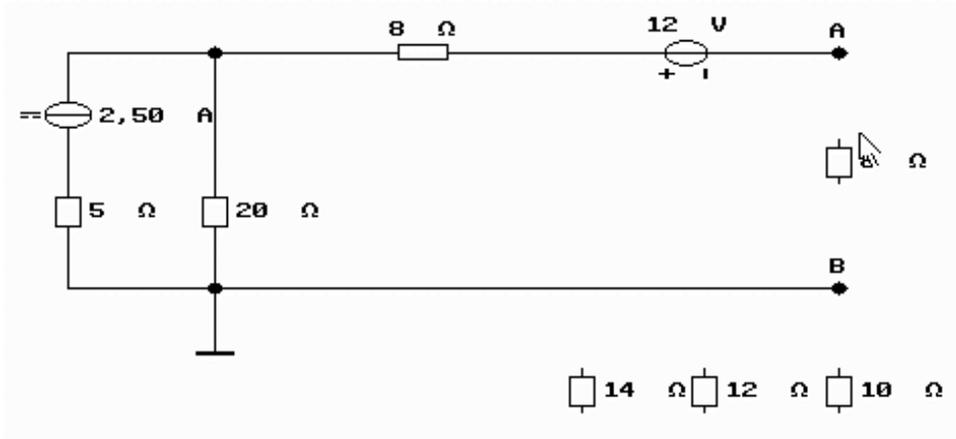


fig 6.53

1. Déterminer le générateur de Norton.
2. Lui brancher successivement une, puis 2, puis 3 et pour finir les 4 résistances de charge et calculer chaque fois la puissance dissipée par cette résistance.

Exercice 11

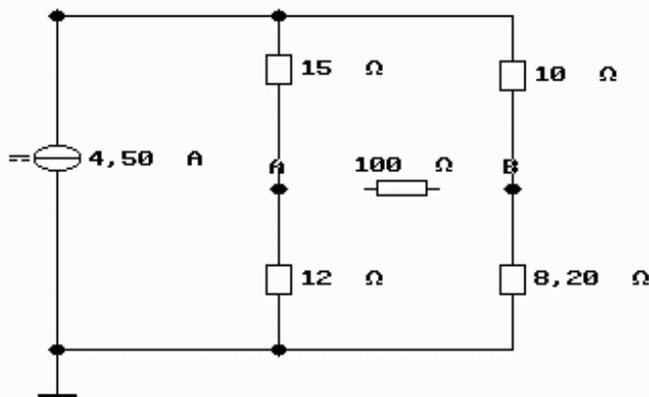


fig 6.54

1. Calculer le générateur de Norton aux bornes A et B.
2. Brancher la résistance entre A et B puis calculer le courant qui la traverse

Exercice 12

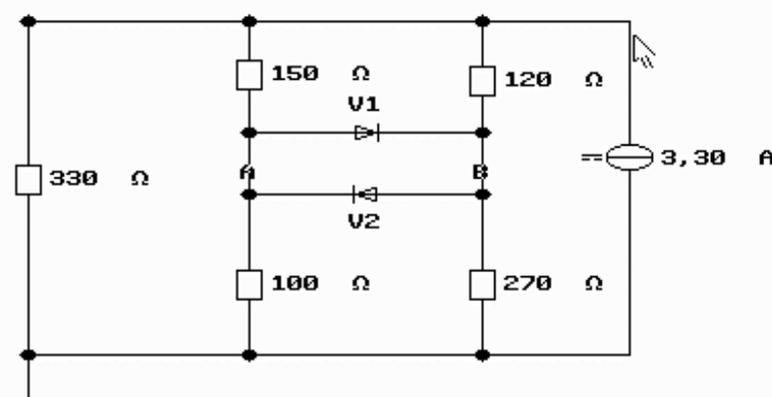


fig 6.54

1. Calculer le générateur de Norton aux bornes des diodes.

2. Sachant que chacune des diodes ne laisse passer le courant que dans le sens de la flèche, déterminer laquelle conduit. et quel est le courant qui la traverse d'après la courbe ci-dessous.

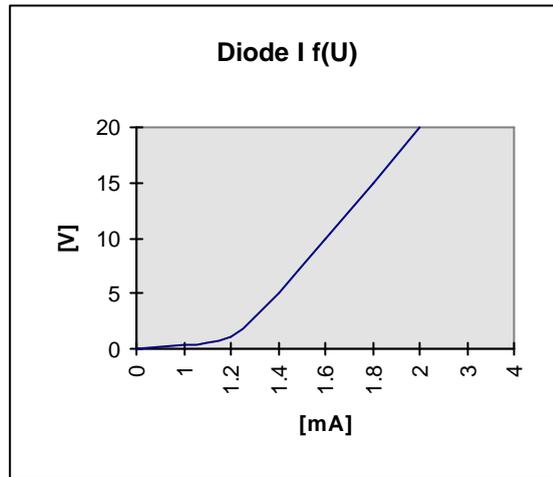


fig 6.55

Exercice 13

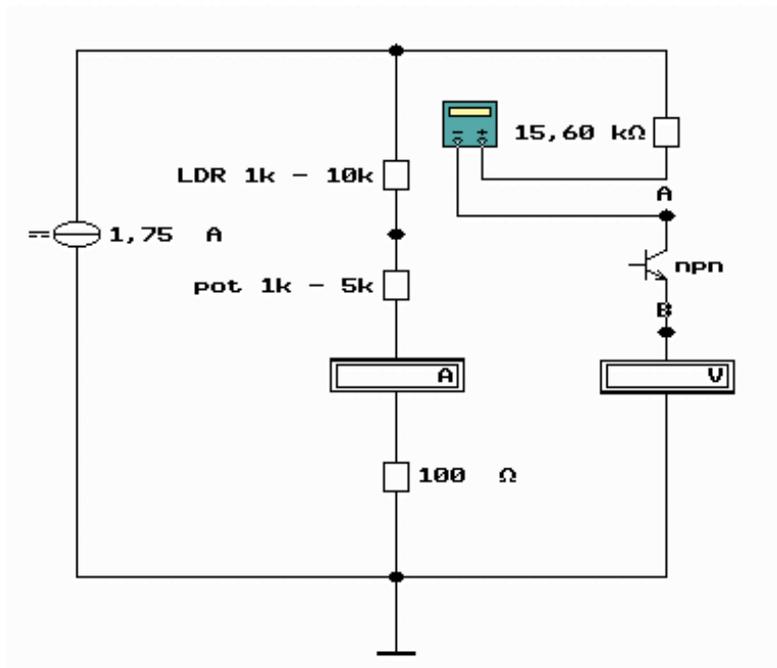


fig 6.55

1. Calculer le générateur de Norton aux bornes A et B.